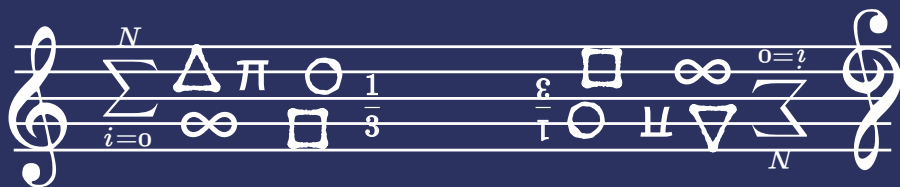


 *L'Espresso di Clio*

m

Simmetrie fra Matematica e Musica



Traduzioni di
Federico Favali
Maria Mannone

WI



PALERMO
UNIVERSITY
PRESS

I Quaderni di Clio

Simmetrie fra Matematica e Musica

Traduzioni di
Federico Favali e Maria Mannone

Prefazione di
David Fontanesi

Postfazione di
Giovanni Albini



PALERMO
UNIVERSITY
PRESS

Quaderni di Clio 3

Collana diretta da Antonino Giuffrida

SIMMETRIE FRA MATEMATICA E MUSICA

Traduzioni di Federico Favali e Maria Mannone

ISBN (a stampa): 978-88-85812-60-4

ISBN (online): 978-88-85812-61-1

Progetto grafico di copertina: Luminita Petac - Paragraphics Società Cooperativa

Immagine di copertina: Maria Mannone

Editing e Typesetting: Maria Mannone

© Copyright 2020 New Digital Frontiers srl

Via Serradifalco, 78

90145 Palermo

www.newdigitalfrontiers.com



PALERMO
UNIVERSITY
PRESS

Indice

Prefazione	9
<i>David Fontanesi</i>	
Introduzione	13
<i>Federico Favali e Maria Mannone</i>	
I Prospettive musicologiche	27
Che cos'è la simmetria in musica?	29
<i>Davorin Kempf</i>	
La polarità nella musica: simmetria, asimmetria e loro conseguenze	45
<i>George Rochberg</i>	
Il primo punto cruciale: il 1600	47
Gli opposti polari di diatonismo e cromatismo	49
Il secondo punto cruciale: il 1900	50
La trasformazione della tonalità dall'interno	50
La danza degli opposti polari	51
Spazio e simmetria in Bartók	55
<i>Jonathan W. Bernard</i>	

La simmetria e il suo rapporto di “amore-odio” con la musica	75
<i>Dana Wilson</i>	
Simmetrie in musica	78
Simmetria creata, simmetria negata: amore-odio	84
II Prospettive matematiche e fisiche	97
La visualizzazione della musica: simmetria e asimmetria	99
<i>Roberto Donnini</i>	
Alla ricerca dei vettori musicali	147
<i>Dmitri Tymoczko</i>	
Moto delle parti e vettori	148
Calcolo del moto delle parti	155
Moto delle parti canonico	163
Geometria	171
Conclusione	177
Simmetria e trasformazioni nel piano musicale	181
<i>Vi Hart</i>	
Introduzione	182
Trasformazioni su dimensioni ineguali	183
Schemi di fregio	185
Colore	190
Sequenze	190
Colori e sequenze insieme: un esempio bachiano	192
Motivi delle simmetrie ornamentali	192
Impiego compositivo	194
Simmetria in musica	197
<i>Olaya Fernández Herrero</i>	
Introduzione	198

Introduzione teorica all'acustica musicale	198
Esperimento	202
Scale	206
Conclusioni	210
Musica: Simmetrie spezzate, geometria e complessità	211
<i>Gary W. Don et al.</i>	
Trasformate di Gabor discrete: analisi del segnale	213
Frame di Gabor	216
Esempi musicali di analisi di Gabor	219
Trasformate di Gabor discrete: sintesi del segnale	237
Sintesi usando frames duali	238
Esempi musicali di sintesi di Gabor	240
Trasformate wavelet continue	247
Scalogrammi	247
Scalogrammi di percussione	251
Quantificando la complessità ritmica	254
Considerazioni conclusive	260
Ringraziamenti	260
Postfazione	261
<i>Giovanni Albini</i>	
Bibliografia	265
Ascolti	277

Prefazione

DAVID FONTANESI

Un libro che si prefigga di tematizzare l'interazione della *simmetria* tra scienza e musica fa trasparire già dal suo intento un'immediata ed intrinseca *problematicità*, soprattutto nella parte che concerne l'impiego di tale concetto in ambito musicale. L'*ars modulandi* è arte squisitamente *temporale* e inerisce al senso dell'*udito*, mentre la *simmetria* è una nozione *geometrica* attinente al *vedere* e alle arti spaziali, in particolare all'*architettura*. Se la musica si dispiega nel tempo, se cioè come fenomeno sonoro è in questa specifica dimensione che essa si manifesta e si esaurisce, è anche peculiare al tempo il suo venir meno ad ogni istante (*l'in-stans* è infatti, nel senso dell'etimologia, *ciò-che-non-sta*). Diversamente, nel dominio della geometria euclidea, la simmetria di una forma o di una figura è realizzabile, ad esempio, come rotazione in relazione a un centro, come riflessione rispetto ad un asse o come traslazione su un piano e, affinché effettivo rapporto di simmetria vi sia *e sia osservabile*, occorre che la figura e la forma in questione — chiamiamole in maniera impropria gli “originali” — *coesistano* nello spazio unitamente ai loro “simmetrici”. Ora, per quanto detto fino adesso, l'esecuzione di un brano musicale verrebbe a profilarsi come una sequela di note che, esistendo nel tempo, non perdurano ma cessano di essere nel momento stesso in cui sono: a che titolo, occorre pertanto chiedersi, è possibile inferire

un carattere spaziale all'arte dei suoni e parlare quindi di simmetria musicale senza incorrere in gravi aporie? A rigore, il tempo può essere rappresentato a livello concettuale solo spazialmente, come una linea (che è metafora geometrica) sulla quale vengono collocati idealmente in successione il passato, il presente e il futuro. In modo analogo, la musica si risolve come un accadimento che avviene nel tempo secondo un "prima" e un "dopo", come una concatenazione di note irreversibili proprio perché, per l'appunto, si trovano messe l'una accanto all'altra in progressione spaziale. Laddove la musica si dà secondo la dimensione della *res extensa*, cioè disposta sulla superficie della partitura scritta, la simmetria delle figurazioni musicali è percepibile *visivamente* (si pensi, ad esempio, all'equilibrio stilistico – che appaga anche l'occhio – dei canoni realizzati a tutte le possibili altezze nelle *Variazioni Goldberg* o ai canoni *can-crizzanti* nell'*Offerta Musicale di Bach*), ma nel momento in cui il segno grafico si traduce in realtà sonora, a quali condizioni è possibile riconoscere anche a livello uditivo simili architetture formali, visto che i materiali costruttivi, le note musicali, hanno un'essenza così fuggevole e transeunte? Poiché è nella natura della musica il suo continuo "venir meno", ciò significa che non è possibile conservarla effettivamente se non nella *memoria*. La memoria fa stare il suono precedente insieme con il conseguente, li fa *coesistere*; non li fa *consistere* — si badi — perché nel loro fluire le note antecedenti sono immediatamente sostituite dalle successive, ma la memoria le *immagina* compresenti. La musica appartiene alla dimensione del tempo che incessantemente scorre, ma in virtù della facoltà della memoria di far coesistere il *prima* col *dopo*, la *temporalità* della frase musicale viene *spazializzata*. La memoria e l'immaginazione umana percepiscono e si rappresentano *spazialmente* una linea melodica e quella stessa identica sequenza di intervalli, trasposta su differenti gradi della scala musicale, la avvertono come simmetrica rispetto all'originale. Sulla base di quanto sopra espresso, ecco quindi chiarita teoricamente la ragione per la quale è del tutto legittimo utilizzare una nozione geometrica come quella di simmetria rapportandola all'arte dei suoni. I densi, seppur agili studi contenuti nel presente

volume analizzano il concetto di *simmetria* a livello matematico e le sue applicazioni nella musica contemporanea, riuscendo gli autori a coniugare la profonda competenza scientifica e storiografica con l'assoluto rigore teorico. Ed è emblematico che i curatori di questa miscellanea, Federico Favali e Maria Mannone, seguendo la *lectio magistralis* di Platone, includano nella raccolta un saggio che pone un interrogativo cruciale: “*Cos'è la simmetria in musica?*”. La loro scelta non poteva rivelarsi più appropriata, perché fanno presagire che la vastità del tema e le eventuali implicazioni possono risultare infinite, invitando nel contempo il lettore, là dove il libro sembrerebbe tentare una risposta definitiva, ad oltrepassarne i confini, inducendolo così a riconoscere la natura *metafisica* dell'indagine che essi in questa sede hanno inteso condurre.

Introduzione

FEDERICO FAVALI E MARIA MANNONE

Il concetto di simmetria («σύν», “con”, e «μέτρον», “misura”) definito in matematica ha importanti applicazioni anche in fisica. La nozione più generale di simmetria corrisponde a un’invarianza¹ rispetto a una trasformazione (Wilczek, 2016). Consideriamo un certo sistema fisico e una trasformazione a cui viene sottoposto. Se alla fine del processo una caratteristica fisica o matematica del sistema rimane inalterata, si ha una *simmetria*. In fisica teorica, la simmetria di un sistema fisico è connessa alle quantità che si conservano, come dimostrato dal teorema di Emmy Noether (1918).²

Per un esempio di simmetria visivo-musicale, si consideri una composizione di Gaetano Giani Luporini (2019, pagina 96) che appare identica anche se capovolta, vedi figura 1. Un esempio contrappuntistico riguarda l’invarianza per riflessione rispetto a un asse, come l’asse orizzontale che idealmente divide due cori nella partitura di Luigi Cherubini, vedi figura 2. Nell’*Offerta Musicale* di J. S. Bach (1992), il primo dei *Canones diversi super thema regium* può essere eseguito da due interpreti leggendo il rigo musicale contemporaneamente sia in modo consueto che retrogrado. Durante

¹“La simmetria delle figure geometriche, come poligoni e poliedri regolari, è definita in termini della loro invarianza rispetto a particolari gruppi di rotazioni e riflessioni” (Brading et al., 2017).

²Il teorema vale solo per simmetrie continue descritte da gruppi di Lie.



Fig. 1 *Piccolo brano capovolgibile* – con la stessa lettura, del compositore Gaetano Gianni Luporini (2019, pagina 96). Si tratta di un eccellente esempio di simmetria, con un'invarianza per rotazione di 180 gradi in senso orario. Si noti che anche il numero di pagina "96", se capovolto, rimane inalterato. (Per gentile concessione. Ogni ulteriore riproduzione è vietata. Copyright Gaetano Gianni Luporini).

la seconda esecuzione le parti degli interpreti si invertono, come dei percorsi sul nastro di Möbius (Altschuler e Phillips, 2015).

Intuitivamente, è facile associare il concetto di simmetria alla regolarità di certe figure, geometriche o non geometriche. Consideriamo un triangolo isoscele: l'altezza ne divide la forma in due triangoli rettangoli sovrapponibili (con un ribaltamento). Se immaginiamo infatti di ritagliare questa figura vediamo che una parte può essere perfettamente sovrapposta all'altra. Il corpo umano presenta esternamente una simmetria di tipo bilaterale a specchio. La mano e il piede presentano simmetria chirale (dal greco $\chi\epsilon\acute{\iota}\rho$, *chèir*, mano).

Fig. 2 L'immagine mostra le prime quattro battute di un doppio coro con perfetta imitazione inversa e *contrario motu*, composto da Luigi Cherubini (Dubois, 1905; Mazzola et al., 2016). Si ha una riflessione rispetto all'asse passante per i due cori, e una traslazione di due battute. Con la corrispondenza Do = 1, Re = 2 e così via, le note del secondo coro si possono ottenere grazie alla permutazione $(\begin{smallmatrix} 1 & 7 & 6 & 5 & 4 & 3 & 2 \\ 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 1 & 2 \end{smallmatrix})$.

Tali concetti si ritrovano sia in semplici applicazioni della geometria euclidea sia negli sviluppi della fisica contemporanea. Il concetto di simmetria richiama non solo la sua applicazione, ma anche la sua infrazione (rottura della simmetria) e la sua assenza. Nella fisica delle particelle, ad esempio, il fenomeno della “rottura spontanea di simmetria” è connesso alla comparsa di massa in accordo con il meccanismo di Higgs³ (Maggiore, 2010, pagine 253–265). Altri esempi di mancata simmetria sono un tipo di decadimento radioattivo⁴ e la distribuzione di materia e antimateria. Vi è un grande interesse scientifico dietro molte “quasi simmetrie” nella natura, come l’orbita *quasi* ellittica dei pianeti (Feynman et al., 2005). Nella musica, la rottura di simmetria diventa talvolta un canone estetico; se ne discute in alcuni dei saggi proposti in questo volume.

I concetti principali e le prime idee intuitive sulla simmetria provengono dall’osservazione delle figure, delle forme naturali e delle arti visive (queste ultime, in particolare, se presentano dei motivi ripetuti). Tutto ciò è messo in evidenza da Weyl nel suo libro sulla simmetria (Weyl, 1975). Certe simmetrie sono presenti nell’arte di una cultura, a discapito di altre simmetrie, conseguenza della presenza, a volte, di certe forme vegetali presenti nella specifica area geografica (Chavey, 2018, pagina 435). Questo può avvalorare l’ipotesi che le idee siano presenti nei sensi prima di essere presenti nell’intelletto, secondo la visione empiristica della conoscenza: *Nihil est in intellectu quod prius non fuerit in sensu*, espressione di Locke, alla quale Leibniz aggiunge: *nisi ipse intellectus*.

Un’altra ipotesi, più vicina al razionalismo, suggerisce che il concetto di simmetria sia un’idea *a priori*, come le forme perfette della

³Il sistema si trova inizialmente in uno stato ad altissima simmetria (come una pallina sulla sommità di un cappello messicano con simmetria rotazionale). Quando le condizioni iniziali vengono alterate, il sistema perde la simmetria, scegliendo una direzione in particolare (come la pallina che scivola dalla sommità). Il campo di Higgs spezza la simmetria elettrodebole, consentendo ad alcuni bosoni (particelle a spin intero) di acquisire massa (Rubbia, 1985).

⁴Violazione della parità nel decadimento beta debole: l’immagine capovolta e quella speculare del processo sono incompatibili (Feynman et al., 2005, pagina 52-13); (Ford, 1972, pagina 235).

geometria, quali i solidi platonici e archimedeei. A questo punto si avrebbe un dualismo tra le forme perfette della mente e le varie realizzazioni imperfette presenti nella natura e nella realtà sensibile. Anche nella natura, tuttavia, è possibile trovare degli esempi di strutture incredibilmente vicine a forme perfette, come le simmetrie dei radiolari (protozoi). E' il caso della "geometria della natura", le cui strutture sono descritte da D'Arcy Thompson in *Crescita e forma* (Thompson, 2016).

D'altra parte, ciò che "non è bello" in natura potrebbe presentare anche delle evidenti asimmetrie, a sostegno dell'idea che il concetto di simmetria, e più in generale di bellezza, sia fortemente radicato anche nella realtà naturale. Le asimmetrie, tuttavia, possono generare curiosità e meraviglia nella natura e creatività nell'arte, dunque non sono necessariamente connesse all'idea di "brutto".

Il ramo della matematica che studia simmetrie, trasformazioni e invarianza è la teoria dei gruppi, sviluppata a partire dagli studi di Évariste Galois (Birkhoff, 1937). Si tratta di una teoria molto importante anche per la meccanica quantistica, e in particolare per la teoria dei campi. Un *gruppo* è una struttura algebrica formata da un insieme e da un'operazione binaria definita su di esso, la quale, a ogni coppia di elementi dell'insieme, associa un altro elemento dello stesso insieme e verifica la proprietà associativa, l'esistenza dell'elemento neutro e l'esistenza dell'elemento inverso; cfr. (Mazzola et al., 2016, pagine 147 e 151) per alcuni esempi intuitivi dell'azione di un gruppo.

In musica si pongono diversi interrogativi sulla simmetria. Come sottolinea Hanslick nel suo libro *Il bello musicale* (Hanslick, 1945, pagina 108),

"Simmetria" non è che un concetto relativo e lascia adito alla domanda: che cos'è ciò che qui appare simmetrico?

La prima domanda sorge a proposito dei parametri, degli oggetti musicali dei quali si potrebbe studiare l'eventuale simmetria. Di per sé, o indipendentemente dallo specifico ambito della sua applicazione, la simmetria non è garanzia di successo. Prosegue Hanslick (1945, pagina 108):

Il regolare ordinamento degli elementi comuni e banali⁵ si può riscontrare perfino nelle composizioni peggiori. Il senso musicale esige sempre nuove configurazioni simmetriche.

La simmetria dunque, e più in generale la matematica, non sono considerate forze creative, ma ne viene riconosciuto il ruolo in musica così come in tutte le arti e, in particolare, nell'architettura. La matematica, secondo Hanslick (1945, pagina 111),

[...] deve infine guidare anche la mano del pittore e dello scultore; la matematica aleggia nella proporzione dei versi e delle strofe, nella costruzione dell'architetto e nelle figure del danzatore.

Alcuni semplici casi di simmetria in musica riguardano gli intervalli e il tempo. Il trasporto è un esempio di trasformazione che non cambia le distanze intervallari: una melodia è sempre riconoscibile anche in un'altra tonalità. Un palindromo è un esempio di invarianza rispetto al verso della direzione di lettura. Una struttura musicale A-B-A, con la ripresa della sezione iniziale, presenta una simmetria evidente all'ascolto.

Come possiamo investigare suoni e strutture musicali alla luce della simmetria? Innanzi tutto dovremmo considerare il naturale svolgimento della musica nel tempo. Ma come descrivere la dimensione del tempo? E poi: come traslare le conoscenze acquisite nel campo di natura e delle arti visive nel mondo della musica, quali sono gli assi da considerare, in che modo i sistemi di riferimento visivi possono aiutare?

La ricerca di simmetria e di bellezza può essere intesa come la ricerca un equilibrio fra le due diverse componenti. La ricerca di "similarità" porta a distinguere figure e processi, distinguere una figura dallo sfondo (rimandando alle leggi della Gestalt), riconoscere e apprezzare i motivi in termini di strutture ripetute.

⁵Nella traduzione in (Hanslick, 1945) compare "triviali", forse una traduzione imprecisa. Nella traduzione dal tedesco all'inglese si ha "uninteresting and commonplace", da tradurre in italiano come "banali e comuni" (Hanslick, 2007).

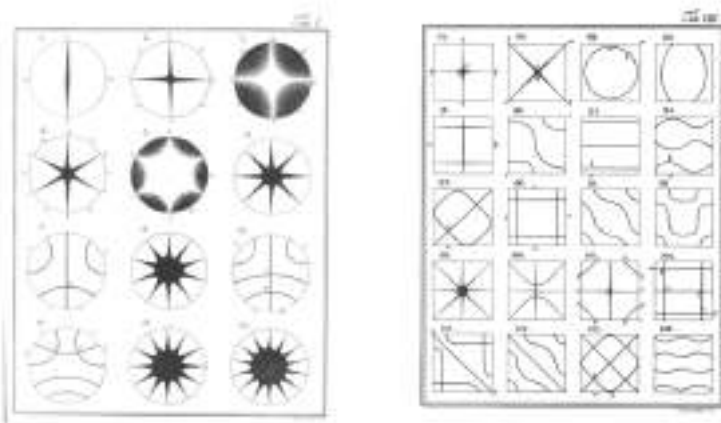


Fig. 3 In alto: tavola con i piatti di Chladni, costruita nel 1864 da Rudolph Koenig, e custodita al Museo degli Strumenti di Fisica dell'Università di Palermo. In basso: disegni dei primi modi normali di vibrazione, che si ottengono sfregando gli strumenti cosparsi di sabbia fine. Immagini da (Agliolo Galitto et al., 2017; Chladni, 1787). Tavola riprodotta per gentile concessione dell'Università degli Studi di Palermo; ulteriori riproduzioni dell'immagine sono vietate.

Se la regolarità aiuta la memoria, è invece la varietà a stimolare l'attenzione e la curiosità. La musica presenta una sorta di equilibrio fra predicibilità, quindi regolarità, e non predicibilità, quindi sorpresa. Argomenti prettamente matematici come la teoria dei gruppi, i gruppi di simmetria, le simmetrie e le varie applicazioni geometriche potrebbero costituire degli strumenti di indagine anche nell'estetica musicale.

Dai modi a trasposizione limitata di Olivier Messiaen (1944) e alle sue permutazioni (Jedrzejewski, 2019a, pagina 354) al suono di un flauto di canna suonato da un pastorello, lo studio della simmetria nella musica può fornire spunti di riflessione sul profondo dialogo fra arte e scienza.

Esempi significativi di simmetrie matematico-musicali sono forniti dai matematici e divulgatori Dave Benson (2006, capitolo 9) e Marcus Du Satoy (2007, capitolo 9). Benson esamina esempi di simmetria traslazionale corrispondente a un *gruppo ciclico infinito*, come nell'inizio della *Sonata* op.27 n.2 *Al chiaro di luna* di Beethoven, e di simmetria di riflessione rispetto all'asse orizzontale centrato su una nota (prendendo spunto da un passaggio di Bartók; in matematica gruppo ciclico di ordine due), per poi passare all'antitraslazione (*glide reflection*), con una traslazione seguita da riflessione. Esamina poi esempi di palindromi come inversione nel tempo, invertendo le note rispetto all'asse verticale nello spartito. Gli esempi di simmetria rotazionale rimandano ai *gruppi diedrali*, ossia gruppi delle simmetrie di un poligono regolare, con rotazioni e riflessioni. Benson considera anche aspetti più teorici dei gruppi di permutazione, dei gruppi diedrali e dell'equivalenza delle ottave nel cerchio delle pitch class (il cerchio delle dodici note).

Fra gli esempi annoverati da Du Satoy vi sono le *Variazioni Goldberg* di Bach, il *Ludus Tonalis* di Hindemith e un esperimento di acustica: facendo vibrare lastre di vetro cosparse di sabbia si ottengono delle figure. Alcune parti della superficie delle lastre oscillano, mentre altre parti, delle linee dette “nodali”, rimangono ferme. La sabbia si deposita lungo quelle linee, creando disegni diversi al variare della frequenza prodotta, vedi figura 3. Si tratta dei “piatti di

Chladni”, studiati per la prima volta dal fisico Ernst Chladni (1787) alla fine del XVIII secolo. Le figure ottenute non sono altro che i “modi normali di oscillazione” (Castellengo, 2015, pagine 15-16).

Nel caso di una corda vibrante, si hanno dei punti che rimangono fermi, detti nodi, e delle porzioni di corda in movimento, dette ventri. Nel caso di superfici, i punti diventano segmenti e le porzioni di corda diventano porzioni di superficie, ma l’idea non cambia. Immagini caratteristiche si riscontrano studiando il moto di una membrana vibrante, per esempio la membrana circolare di un timpano (Frova, 2004, pagina 413). Si tratta di uno dei problemi classici di metodi matematici applicati alla fisica. E anche l’equazione d’onda presenta una simmetria delle derivate parziali rispetto al tempo e allo spazio;⁶ vedi equazione (1),

$$\nabla^2 q = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 q}{\partial t^2} \quad (1)$$

dove: ∇^2 è l’operatore laplaciano $\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)$, $q(\vec{r}, t)$ è una funzione della posizione $\vec{r} = (x, y, z)$ e del tempo t , v è la velocità di propagazione dell’onda (Torre, 2014, pagina 87).

Figure armoniose e simmetriche si ottengono non soltanto attraverso strumenti musicali, ma anche per mezzo di pendoli smorzati, oscillanti in direzioni ortogonali con periodi accuratamente scelti: è il caso degli armonografi. Molte figure interessanti sono ottenute con i rapporti semplici che generano gli intervalli musicali di unisono (1:1), ottava (2:1) e quinta (3:2); vedi (Ashton, 2005, pagine 18-19). La figura 4 mostra un esempio di figure ottenute con l’intervallo 5:3 (Whitty, 1893; Chowdry, 2018).

Dagli strumenti musicali allo studio dell’armonia, si nota che la teoria musicale occidentale, con l’accordatura temperata, presenta una straordinaria simmetria matematica: da un accordo maggiore o minore, attraverso trasposizioni e inversioni, si possono generare 24 accordi.

⁶Conseguenza dell’invarianza dell’equazione rispetto alle trasformazioni di Lorentz — velocità uniforme lungo una linea retta (Feynman et al., 2005).

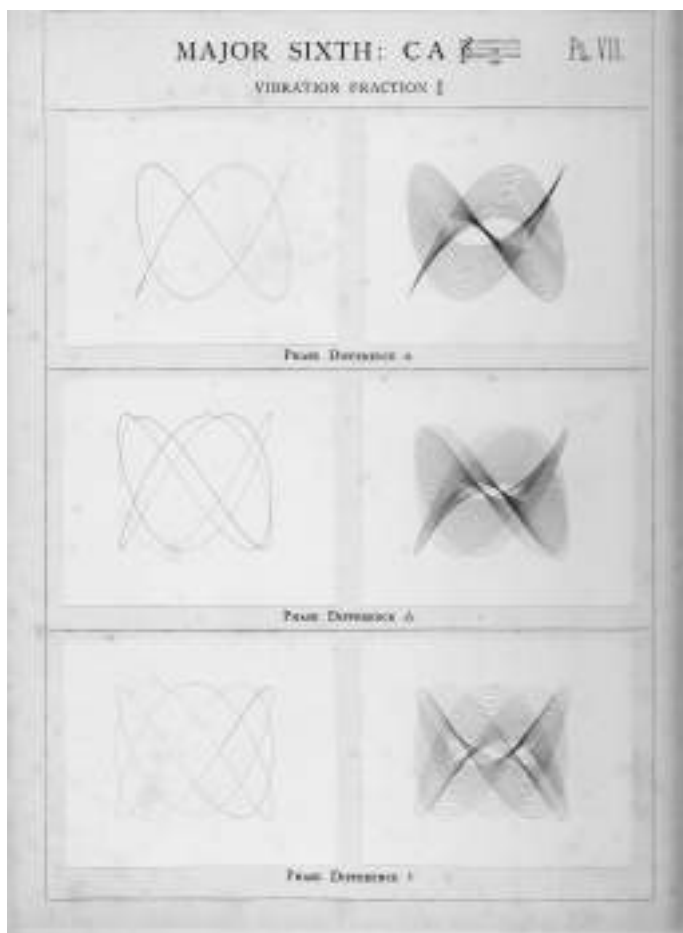


Fig. 4 Alcuni esempi di disegni (simili alle figure di Lissajous) realizzati con un armonografo, con il rapporto 5:3 tra le frequenze dei pendoli, corrispondente a una sesta maggiore, e con diversi valori di differenza di fase (0 , $\frac{1}{16}$ e $\frac{1}{8}$ rispettivamente), dal testo (Whitty, 1893). Fotografia scattata dall'artista matematica Anita Chowdry e pubblicata nel suo blog (Chowdry, 2018). Foto gentilmente concessa.

Vi è un’analogia fra i gruppi diedrali in matematica (e D_{12} in particolare) e la simmetria di scale e accordi nella musica occidentale (Crans et al., 2009; Cipollina, 2019). Il gruppo diedrale D_{12} è in corrispondenza biunivoca con il gruppo⁷ T/I , dato da trasposizioni e inversioni (riflessioni).

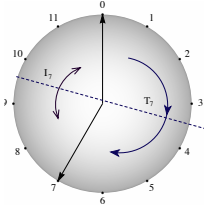


Fig. 5 Cerchio delle pitch class ($0 = \text{Do}$, $1 = \text{Do}\sharp\dots$), riflessione rispetto all’asse I_7 e trasposizione di 7 semitoni tramite T_7 . Figura da (Amiot, 2017), gentilmente concessa.



Fig. 6 Tonnetz toroidale (a forma di ciambella) degli accordi e azione delle trasformazioni P , R ed L . “Cm” indica Do maggiore, “Am” indica La minore, e così via. Figura da (Jedrzejewski, 2019b), gentilmente concessa.

T/I è un sottogruppo del gruppo simmetrico⁸ $Sym(S)$ sull’insieme S . Una trasposizione di n semitoni di un accordo x è indicata con $T_n(x)$, e con $I_n(x)$ si indica la riflessione di x rispetto all’asse I_n , vedi figura 5 (Crans et al., 2009; Jedrzejewski, 2019b). $T_n(x)$ e $I_n(x)$ sono definiti come in equazione (2).

$$\begin{aligned} T_n : \mathbb{Z}_{12} &\rightarrow \mathbb{Z}_{12}, T_n(x) := x + n \text{ mod } 12 \\ I_n : \mathbb{Z}_{12} &\rightarrow \mathbb{Z}_{12}, I_n(x) := -x + n \text{ mod } 12 \end{aligned} \tag{2}$$

Se rappresentiamo le dodici note della scala cromatica come punti di un cerchio (una sorta di “orologio musicale”, vedi figura 5), un

⁷Il gruppo T/I è duale al gruppo PLR , dove P sta per “parallel” (da una triade maggiore all’omonima minore e viceversa); L è il “leading tone exchange” (la fondamentale abbassata di una triade maggiore diventa la quinta di una triade minore); ed R è il “relative” (da maggiore a relativa minore e viceversa).

⁸Costituito dalle permutazioni dei suoi elementi.

accordo vi si può rappresentare come un poligono. Una triade sarà quindi un triangolo. Una trasformazione che trasforma un accordo maggiore in un altro accordo maggiore (come T) lascia inalterato il triangolo, semplicemente lo ruota. Si ha cioè un “cambiamento senza cambiamento”: ossia una simmetria.

Gli spostamenti da un accordo all’altro si possono interpretare come spostamenti fra punti e tra figure geometriche costruite all’interno della *Tonnetz*, una rappresentazione grafico-teorica degli accordi musicali (Crans et al., 2009). Nella tonnetz delle note, ogni accordo è un triangolo; nella tonnetz degli accordi, ogni accordo è un punto (Amiot, 2017). Le due rappresentazioni sono duali: ogni vertice della tonnetz degli accordi corrisponde al centro di un triangolo della tonnetz delle note (figura 7). Facendo corrispondere gli accordi omofoni, la tonnetz degli accordi si può riavvolgere ottenendo un toro, una figura a forma di ciambella (figura 6): le simmetrie geometriche forniscono informazioni sulle simmetrie musicali. Se porzioni di tonnetz ricoprono un cubo, e il cubo è il cubo di Rubik, può nascere uno strumento musicale avente le sue simmetrie rotazionali, il CubeHarmonic (Mannone et al., 2019).

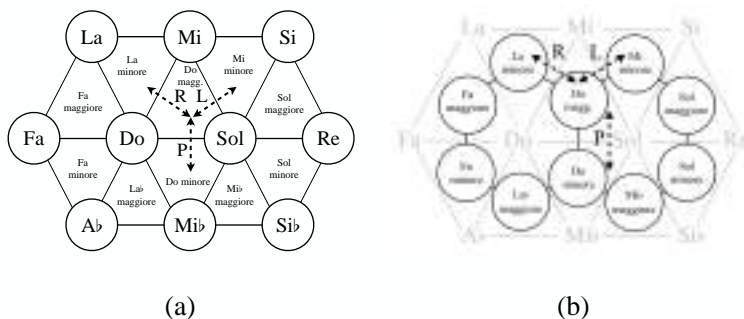


Fig. 7 Le due tonnetz duali delle note (a) e degli accordi (b) e l’azione delle trasformazioni P , R ed L . Schema di M. M.

I saggi presentati in questo volume trattano del rapporto fra simmetria e musica (e delle sue applicazioni pratiche) considerato da diversi punti di vista.

La Parte I comprende i saggi tradotti dall'inglese da Federico Favali:

- **Davorin Kempf**, in *Che cos'è la simmetria in musica?*, fa un excursus, riportando vari esempi, di come la simmetria sia stata utilizzata in musica in epoche differenti.
- Anche **George Rochberg**, nel saggio *La polarità nella musica: simmetria, asimmetria e loro conseguenze*, considera la simmetria e l'asimmetria dal punto di vista storico.
- **Jonathan W. Bernard**, autore di *Spazio e simmetria in Bartók*, mette in luce come il principio della simmetria trovi applicazione nella musica del compositore ungherese. Lo studioso considera anche il ruolo della simmetria rispetto a diversi parametri musicali.
- Trasformazioni simmetriche e osservazioni sull'andamento simmetrico delle linee melodiche vocali sono l'argomento dello studio di **Dana Wilson**. L'articolo può essere considerato, insieme al primo della Parte II, un ponte fra la musicologia e il pensiero matematico.

La Parte II comprende i saggi tradotti da Maria Mannone:

- Il ruolo della simmetria (e della non-simmetria) nella notazione musicale dal Medioevo a oggi è l'argomento dell'articolo *La visualizzazione della musica: simmetria e asimmetria* scritto da **Roberto Donnini**.
- **Dmitri Tymoczko**, nel saggio *Alla ricerca dei vettori musicali*, definisce un modello di analisi musicale dalla validità potenzialmente universale, basato sul concetto di vettore, per spiegare il moto delle parti fra gli accordi e quindi le simmetrie interne al discorso musicale proprio di ogni autore e stile.

- **Vi Hart** (Victoria Hart) in *Simmetria e trasformazioni nel piano musicale* esamina le trasformazioni nello spartito musicale in termini di teoria dei gruppi, e fa ampio uso di schemi ed esempi visivi che facilitano la comprensione dei dettagli matematici.
- Alcuni dettagli della simmetria nella fisica del suono sono analizzati in *Simmetria in musica*, dove **Olaya Fernández Herero** si sofferma dapprima sulla simmetria dei modelli di consonanza e dissonanza, e considera poi le simmetrie nelle scale musicali fra Oriente e Occidente.
- Infine, **Gary W. Don**, **James S. Walker** e i loro coautori nell'articolo *Musica: Simmetrie spezzate, geometria e complessità*, esaminano la musica dal punto di vista del segnale sonoro, analizzando la simmetria delle equazioni che permettono l'analisi del segnale e la sua elaborazione.

Alcuni saggi non contengono un abstract, a seconda delle scelte editoriali delle riviste di provenienza. È stato quasi ovunque mantenuto l'uso di virgolette, corsivi e maiuscole dei testi originali. All'interno dei testi, le parentesi quadre segnalano l'inserimento di termini da parte dei traduttori (o il riferimento a termini del testo originale). Altre precisazioni più estese sono contenute nelle note del traduttore a piè pagina (“N.d.T.”).

Un sentito grazie a **David Fontanesi** e **Giovanni Albini** per aver scritto, rispettivamente, prefazione e postfazione. Un ringraziamento speciale agli autori dei capitoli e agli editori per aver concesso l'autorizzazione alla traduzione e alla pubblicazione dei testi.

Parte I

Prospettive
musicologiche

Che cos'è la simmetria in musica?

DAVORIN KEMPF

Articolo originale: "What Is Symmetry in Music?" International Review of the Aesthetics and Sociology of Music, 27 (2), 1996, pp. 155–165. Croatian Musicological Society.

Abstract.⁹ Nella storia della musica — in varie forme e stili — è possibile delineare alcuni principi universali. Uno di essi è la simmetria, che include diversi aspetti¹⁰ della ripetizione. Può essere realizzata in vari modi nelle strutture e nelle forme musicali, così come i presupposti della sua applicazione: dipende dai sistemi compositivi e dagli stili. Le due modalità di base con le quali la simmetria si realizza sono: 1) la dispo-

⁹Articolo di una conferenza letto durante il 23-esimo ABI/IBC International Congress on Arts and Communication, San Francisco, USA, 30 giugno - 7 luglio 1996.

¹⁰N.d.T. Nella prima versione dell'articolo, la seconda frase dell'Abstract è: "Uno di essi è la simmetria, una specifica tipologia di ripetizione". Il testo è stato modificato su richiesta dell'autore. Più avanti, il testo della prima versione riporta: "la simmetria è uno specifico aspetto della ripetizione". Anche in questo caso, la frase è stata modificata su richiesta dell'autore.

sizione simmetrica di parti formali o sezioni all'interno di una intera composizione; 2) la cosiddetta simmetria a specchio, la riflessione speculare di una micro- o macro-struttura formale attorno a un asse verticale oppure orizzontale, o attorno a entrambi simultaneamente.

La simmetria può essere spezzata in vari modi. La ragione principale per deviazioni piccole o grandi della simmetria è il fatto che logica musicale e matematica non necessariamente coincidono.

La musica è un'arte associata essenzialmente alla dimensione del tempo. La sua struttura formale può essere definita come una specifica articolazione del tempo. Il principio compositivo più importante e fondamentale, una specie di archetipo dell'idea formale in musica, è la ripetizione e la variazione (o la ripetizione variata). La ripetizione richiede contrasto e, viceversa, il contrasto richiede ripetizione. L'articolazione della forma musicale può difficilmente essere immaginata senza una sorta di identità.¹¹

La simmetria include diversi aspetti della ripetizione.¹² Ci sono molti modi di realizzarla nella forma e nella struttura musicale, oltre a presupposti della sua applicazione, che riguardano diversi sistemi e stili compositivi.

Per quanto riguarda la dimensione del tempo, ci sono due modi basilari con i quali si realizza la simmetria. Il primo è l'ambito della sequenza delle parti formali o sezioni, e si manifesta come la loro disposizione simmetrica all'interno di tutta la composizione. Il secondo è la cosiddetta simmetria a specchio, che può essere applicata a una micro o macro struttura formale. Si tratta di un sistema chiuso composto da due parti. La seconda parte è il riflesso speculare della

¹¹Bibliografia: (Bernstein, 1970; Blume, 1972; Boulez, 1963, 1972; Bukofzer, 1950; Caldwell, 1978; David, 1957, 1959; Deppert, 1972; Eimert e Stockhausen, 1960; Erpf, 1967; Howat, 1983; Karpati, 1975; Keller, 1965; Kemp, 1970; Kempf, 1984, 1995; Kerman, 1967; Kloiber, 1972; Martens, 1988; Messiaen, 1966; Metzger e Riehn, 1979; Reese, 1959; Rosen, 1971; Schönberg, 1954; Schweitzer, 1952; Stockhausen, 1964; Young, 1971).

¹²N.d.T. In matematica, si può fare riferimento alla simmetria traslazionale.

prima. In altre parole, nello scorrere del tempo musicale, dopo un immaginario asse verticale, ascoltiamo la versione retrograda della musica che avevamo appena sentito nella sua versione originale.

Per quanto riguarda il primo aspetto, ossia la struttura simmetrica di parti della composizione, deve essere preliminarmente preso in considerazione lo schema simmetrico più importante e diffuso, A-B-A. Esso si presenta frequentemente in varie realizzazioni, non solo in musica, ma anche in altre arti come l'architettura, il cinema, etc. Dopo l'interpolazione della sezione centrale, più o meno contrastante, la musica della sezione iniziale riappare come una ripresa. Questo si trova nelle miniature pianistiche e nei lieder, specialmente dall'epoca romantica, nella forma tripartita della musica classica strumentale, nelle arie, prima di tutto nelle arie con "da capo" dell'età barocca, poi nelle varianti tripartite di minuetti e scherzi classici che rappresentano un tipo di simmetria nella simmetria, etc. Esposizione, sviluppo e ripresa della forma sonata seguono lo stesso principio formale, ma in una maniera più specifica e complessa, associata a un processo dialettico. La tensione armonica fra il primo e il secondo tema (T-D, tesi-antitesi) è superata (dopo un processo evolutivo di sintesi) nella ripresa che si svolge totalmente nella tonalità della tonica. Nel caso della cosiddetta "ripresa alla sottodominante" (esempio: *Sonata facile* di W. A. Mozart) la tipica disposizione tonale dell'esposizione, tonica-dominante, rimane, ma l'intera prima parte della "forma allegro di sonata" è trasposta, cosicché la ripresa comincia alla sottodominante e finisce alla tonica.

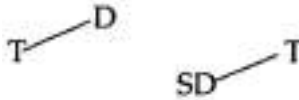


Fig. 8

Una procedura simile era già stata usata da J. S. Bach nel concept formale dell'*Invenzione a due voci* n.8 in Fa maggiore. In questi casi la simmetria è mantenuta, o alternativamente c'è solo una piccola

infrazione della simmetria e l'attrazione simmetrica fra l'esposizione e la ripresa cresce attraverso le relazioni armonico-tonali, vedi figura 8.

Per quanto riguarda la tradizione del corale, con riguardo speciale alla polifonia dell'*ordinarium missae*, una disposizione formale simmetrica risulta spesso dalla struttura del testo. Per esempio: *Kyrie eleison, Christe eleison, Kyrie eleison*. Oppure: “Osanna in excelsis” — alla fine del *Sanctus* e dopo il “Benedictus qui venit in nomine Domini”, di nuovo “Osanna in excelsis”. Nella sua *Messe de Notre-Dame*,¹³ Guillaume de Machaut segue l'idea di una forma ternaria simmetrica A-B-A nella tripla esclamazione iniziale del “Sanctus”, così come nel quinto movimento *Agnus Dei* — simmetrico rispetto al centro, così che la prima e la terza sezione formale sono musicalmente identiche. La struttura isoritmica, con le stesse proporzioni numeriche (*taleae*), di per sé rappresenta un complesso sistema di simmetrie. Non è frequente incontrare una ripresa letterale. Di solito ci sono alcune modifiche quando riappare la sezione iniziale. In altre parole, ci sono piccole o grandi infrazioni della simmetria. Fra le varie differenti possibilità ce n'è una in particolare: il primo movimento della *Sinfonia* op.21 di Webern. Il canone iniziale a quattro parti per moto contrario riappare alla fine in un'altra versione ritmica e con un'appendice del canone a due parti che chiude il movimento.

Le strutture formali più grandi con più di tre parti distribuite simmetricamente sono per lo più strutturate secondo lo schema formale A-B-A. Nella sua *Settima Sinfonia*, Ludwig van Beethoven estende la forma classica tripartita dello scherzo (scherzo-trio-scherzo) a una forma a cinque parti A-B-A-B-A, grazie alle ripetizioni della seconda e della terza parte. Questa è, infatti, la forma del rondò classico con due temi, in cui il tema principale è ripetuto, alternandosi con il secondo. Ci sono altre successioni formali simili, simmetriche attorno a un centro: i rondò di Couperin con i couplet, un rondò classico con un tema avente il seguente schema formale:

¹³N.d.T. In inglese nel testo.

sezione tematica — primo episodio — sezione tematica — secondo episodio — sezione tematica con una coda, poi un rondò classico con tre temi, come una sintesi della sonata con la forma rondò A-B-A-C-A-B-A (le lettere, chiaramente, rappresentano le sezioni tematiche).

Quest'ultima struttura formale a sette parti, simmetrica attorno alla sezione formale C, è seguita fedelmente da Robert Schumann nel suo *Aufschwung* n.2 dei *Fantasiestücke* per pianoforte op.12. L'idea del rondò con un tema è usata da Igor Stravinsky nella *Danza Sacrificale* della *Sagra della Primavera*. Una realizzazione libera dell'idea del rondò si trova nel poema sinfonico *Till Eulenspiegel* di Richard Strauss, etc. Negli ultimi due esempi c'è una forte infrazione della simmetria.

L'idea della forma rondò con un equilibrio simmetrico era già stata anticipata nel canto gregoriano medioevale. È possibile riconoscere una simmetria nelle “strutture a semicerchio” delle melodie dei corali.

L'idea del “ritornello” barocco è assai simile all'idea del rondò con un tema. Appare più che altro nei movimenti di apertura dei concerti per strumento solista o dei concerti grossi. Mentre le ricomparse della sezione tematica principale nel corso del rondò classico non abbandonano la tonalità d'impianto, nel “ritornello” barocco si modula verso altre tonalità in relazione con la tonica. Dato che queste sezioni sono di solito variate in diversi modi, la simmetria è infranta per il prevalere della struttura musicale.

Nell'ambito della fuga barocca ci sono esempi interessanti di simili articolazioni simmetriche della struttura formale. Nella *Fuga* n.7 in Fa minore del primo libro del *Clavicembalo ben temperato*, le principali sezioni tematiche sono rappresentate da sviluppi polifonici del soggetto cromatico, mentre le sezioni di transizione interpolate sono completamente diatoniche e basate sul “motivo della gioia” dalle *Cantate* di Bach.

Un altro esempio raffinato di costruzione formale simmetrica è il *Concerto per pianoforte* n.2 di Bartók che è a metà fra il pezzo romantico virtuosistico “à la Liszt” e il concerto grosso colto dell'e-

poca di Bach. Ecco lo schema formale del primo movimento, allegro: A-B-A' C-A"-C' A' - (cadenza) -B'-A (= coda). Le lettere indicano le sezioni corrispondenti come forma o contenuto. La cadenza del pianoforte — interpolata fra la settima e ottava sezione — come le varie ricomparses delle sezioni particolari, rappresentano vari aspetti della violazione della simmetria. La simmetria può anche essere rotta eliminando una parte formale come nel caso dell'ultimo movimento, Allegretto, della *Sonata per pianoforte* K576 in Re maggiore di Mozart. Anziché un rondò-sonata regolare, il suo schema formale è A-B-A-sviluppo-B-A. La ragione di questa procedura compositiva sta ovviamente nella somiglianza del primo col secondo tema.

Ci sono anche altre possibilità di relazioni simmetriche. Ad esempio, nelle Cantate di Bach la simmetria qualche volta è realizzata soltanto a livello di successione di cori, arie e recitativi, cioè vari numeri musicali, senza ripetizione di musica già sentita. Nella struttura formale a sette parti della cantata *Halt im Gedächtnis Herr Jesum Christ*, il numero 4 è un corale (cantato dal coro), i numeri 3 e 5 sono recitativi cantati dal contralto, i numeri 2 e 6 sono arie (tenore e basso), il numero 1 è un corale fugato (coro) e il numero 7 è il corale "Du Friedefürst Herr Jesu Christ" (coro).

Un esempio interessante di come una successione di movimenti in una forma ciclica possa essere organizzata simmetricamente è la forma ponte con cinque movimenti usata da Béla Bartók nel suo *Quarto quartetto per archi* o da Paul Hindemith nel suo *Terzo Quartetto per archi*. Bartók può aver preso a modello il *Quartetto in Do# minore* op.131 di Beethoven. I movimenti esterni della struttura sono collegati da un principio ciclico, mentre il principio della variazione mette in relazione il secondo e il quarto movimento.

Sebbene una ripetizione semplice e immediata di una frase musicale, tema o un'altra sezione formale, che appare frequentemente nella musica classica e romantica — specialmente in Mozart e Schumann — sia immediatamente percepita come simmetria dall'ascoltatore, l'impressione della simmetria binaria emerge quando i finali, ossia le cadenze di due passaggi complementari, sono differenti e posseggono una certa interrelazione armonica, come avviene

nel periodo classico anticipato dalla musica barocca e continuato nel romanticismo. Paradossalmente, questa violazione della simmetria rinforza — attraverso l'attrazione armonica — la coerenza e l'unità della struttura formale bipartita.

Si ha un tipo speciale di simmetria binaria quando la prima delle due sezioni complementari inizia con una tonica e finisce con una dominante, mentre la seconda inizia con una dominante e finisce con una tonica. Sul piano delle relazioni armoniche funzionali, qui è già applicata una simmetria a specchio. Ecco alcuni esempi musicali: le due frasi complementari di due misure all'inizio della *Sonata per pianoforte* op.2 n.3 in Do maggiore di Beethoven, così come all'inizio della *Sonata per pianoforte* K283 in Sol maggiore di Mozart. Interrelazioni simili di forma e armonia applicate a una struttura polifonica appaiono nell'esposizione della Fuga n.1 in Do maggiore del *Clavicembalo ben temperato* di Bach con la seguente disposizione delle entrate tematiche: dux-comes comes-dux, T-D D-T. Tre delle forme di danza principali della suite barocca — allemanda, corrente e giga — sono composte seguendo questo principio della simmetria binaria, così come un gran numero delle sonate di D. Scarlatti per clavicembalo. Il finale alla dominante della prima parte formale e l'inizio della seconda parte formale sono talvolta sostituiti dalla tp (tonica parallela).

Per quanto riguarda questo tipo di simmetria bilaterale nella struttura musicale e nella forma, che emerge come risultato di una riflessione speculare attorno a un asse, si deve prima di tutto esaminare la simmetria a specchio attorno a un asse verticale. Questo aspetto è il più interessante per quanto riguarda la dimensione del tempo e le sue conseguenze musicali. Come una proiezione di un film all'indietro, il movimento in direzione contraria può produrre una sensazione strana ed effetti comici indesiderati, oppure il significato del testo può essere completamente distrutto dalla stessa lettura all'indietro; non ogni composizione, o una delle sue parti o frammenti, può essere eseguita all'indietro senza che il senso musicale sia alterato con conseguenze compositive o estetiche più o meno gravi, specialmente nella musica tonale. Che cosa rende l'applicazione di questa

procedura compositiva così difficile e complicata nell'ambito della musica tonale tradizionale? Prima di tutto, il sistema delle tonalità, le tonalità maggiori e minori, associate con i principi dell'armonia classica funzionale che anche determina parzialmente il profilo della linea melodica, poi, nella musica polifonica, le rigide regole del trattamento della dissonanza associata con gli accenti metrici e con la struttura ritmica, etc. Di per sé rappresentano un sistema di regole, simmetrie, logica immanente e forme estetiche che dovrebbero essere rispettate e seguite in una composizione tonale. Per esempio, una tipica progressione armonica classica con una successione regolare di funzioni sarebbe T D/SD SD D/D D T. La sua versione retrograda T D D/D SD D/SD T non è solamente inusuale ma anche impossibile, perché non segue alcune regole fondamentali dell'armonia classica. Poi, che dire delle regole fondamentali del trattamento della dissonanza in battere, se il primo battere della misura diventa l'ultimo di una non accentata?! Una conclusione semplice sarebbe che le possibilità teoriche e pratiche dell'applicazione della simmetria a specchio rispetto a un asse verticale sono molto limitate nella musica tonale. Non ci si sorprende se le applicazioni di questo tipo di simmetria appaiono solo sporadicamente nella storia della musica tonale, ed esclusivamente in forma di microstrutture o pezzi brevi o movimenti.

Ecco qualche esempio dalla musica polifonica e omofonica: prima di tutto il famoso Rondò *Ma fin est mon commencement* (La mia fine è il mio inizio) dall'Ars Nova, di Guillaume de Machaut per due tenori e un controtensore. Dopo l'asse verticale di simmetria al centro, l'intera seconda parte del Rondò è letteralmente una ripetizione retrograda della prima. Solo le voci di tenore scambiano le loro posizioni, ossia le linee melodiche: la prima diventa la seconda e la seconda diventa la prima. È interessante menzionare che le versioni originale e retrograda di questo pezzo sono uguali (un altro asse verticale può essere messo alla fine dell'ultima battuta e l'intera composizione può essere suonata all'indietro).

L'idea dell'imitazione retrograda o canone è basata sullo stesso principio. Esso appare nel XV secolo nella polifonia vocale rinasci-

mentale in Olanda, nella polifonia strumentale barocca in Germania, etc. Nell'*Offerta musicale* BWV 1079, fra vari canoni, J. S. Bach scrive un canone a due parti retrogrado in Do minore (Canone cancrizzante BWV 1079.3a) usando il tema di re Federico il Grande. Un bellissimo esempio dalla musica omofonica classica è il *Menuetto al Rovescio*¹⁴ dalla *Sonata per pianoforte* in La maggiore di Haydn (Hob.: Group 16, n.26). Ciascuna delle frasi di otto misure nel suo equilibrio ternario A-B-A (Minuetto-Trio-Minuetto da capo) è immediatamente ripetuta in maniera retrograda. Il risultato è un complesso di simmetrie interconnesse.

Per le ragioni già citate, nella raccolta di fughe di Bach *Il clavicembalo ben temperato* e *L'arte della fuga*, non ci sono esempi di fughe o di parte di esse simmetriche attorno all'asse verticale. Anche un'entrata retrograda di un soggetto di fuga è fuori questione. Solo eccezionalmente, e solo nella struttura microformale o stratum, può apparire la simmetria a specchio.

Ma nel *Ludus tonalis* di Hindemith, lo speculare del XX secolo del *Clavicembalo ben temperato*, composto in tonalità estesa e con uno stile contrappuntistico libero con dissonanze autonome, la simmetria a specchio divide — grazie a un asse verticale alla metà del secondo movimento — la Fuga in Fa in due parti interconnesse simmetricamente, esteticamente e stilisticamente: due parti coerenti. Le linee contrappuntistiche aggiunte liberamente alla fine della fuga possono essere viste musicalmente come una giustificata violazione della simmetria.

Nel mezzo della forma della sezione *Ricercar II* della sua *Cantata*, Igor Stravinsky applica una riflessione speculare attorno all'asse verticale della linea melodica. Tutti gli intervalli e i ritmi del soggetto sono simmetrici attorno alla linea divisoria centrale.

Si capisce che nel mondo dell'atonalità ci sono molti esempi di riflessioni speculari nella struttura e nella forma, specialmente nelle ultime opere di Webern. Nel primo movimento delle sue *Variazioni* op.27 per pianoforte vi sono molti assi verticali "locali" di simme-

¹⁴N.d.T. In italiano nel testo.

tria. La seconda parte del primo movimento della *Sinfonia* op.21 è simmetrico attorno a un asse verticale. Un esempio interessante di canone doppio retrogrado a quattro parti è il diciottesimo pezzo *Der Mondfleck* del *Pierrot Lunaire* di Schönberg. Dato che i ritmi non coincidono, il risultato è una specie di poliritmia.

Come è già stato dimostrato dal *Menuetto al rovescio* di Haydn, una disposizione simmetrica delle sezioni formali nello scorrere del tempo musicale può essere combinata con una riflessione speculare attorno a un asse o più assi verticali. Ecco un altro esempio di questa procedura: il terzo movimento della *Suite lirica* di Alban Berg. Le sezioni polifoniche esterne non solo sono simmetriche rispetto al concetto formale ternario A-B-A, ma anche attorno a un immaginario asse verticale. In altre parole, la terza sezione è una ripresa letterale retrograda della prima. Siccome le sezioni centrali omofoniche sono interpolate in maniera libera, la procedura può essere denotata come specchio posposto.

Un aspetto molto importante della simmetria a specchio nella struttura musicale e nella forma è la riflessione speculare attorno a un asse orizzontale. Consideriamo prima di tutto la musica polifonica. La semplice imitazione, o l'imitazione a canone, può essere compresa e percepita come una sorta di simmetria, data la sua applicazione nell'ambito del pitch e del tempo. Questa tecnica compositiva polifonica di base è il punto di partenza di un sistema molto complicato di simmetrie interconnesse, proporzioni matematiche e forme geometriche nell'esposizione della doppia fuga *Kyrie eleison, Christe eleison* del *Requiem* di Mozart. Dato il sistema concepito in questa maniera, e la struttura polifonica così plastica e trasparente, l'effetto della simmetria percepito nel corso dell'ascolto di questa musica è molto forte. Per quanto riguarda il senso della simmetria e dalla tecnica a canone, qui devono essere menzionati il canone ciclico e la sequenza barocca così come il canone che impiega il contrappunto invertibile (J. S. Bach: *Invenzione a due voci* n.2 in Do minore). Un'altra applicazione è inoltre il canone a imitazione su una

struttura omofonica accordale (Orlando di Lasso: *L'eco dal Libro di Villanelle, Moresche et altri canzoni*,¹⁵ Parigi 1581).

Allo stesso tempo, una riflessione speculare attorno a un asse orizzontale di simmetria significa inversione. Una melodia è invertita quando intervalli ascendenti sono trasformati in discendenti dello stesso grado, e viceversa. La sua struttura ritmica rimane uguale. Molto raramente, le versioni originali e invertite di un tema o di un frammento melodico appaiono insieme simultaneamente — come si può trovare nella Fuga in Re minore del primo libro del *Clavicembalo ben temperato* di Bach o alla fine del primo movimento della *Musica per archi, percussioni e celesta* di Bartók. Di solito c'è un processo imitativo che implica un distanziamento temporale variabile da un'imitazione a stretti più o meno ravvicinati, all'imitazione ordinaria, quando il tema invertito entra dopo quello originale.

La procedura imitativa può essere associata con la diminuzione o l'aumentazione. Da questo punto di vista il *Canon per Augmentationem, contrario motu*, a due parti, dall'*Arte della fuga*¹⁶ di Bach è particolarmente interessante. Impiega la tecnica del contrappunto invertibile in ottave associato con l'idea della forma a canone binaria.

Paul Hindemith divide la sua *Fuga in Reb* minore dal *Ludus tonalis* in due parti proporzionalmente bilanciate, applicando la simmetria attorno a un asse orizzontale, in modo che la seconda parte sia un'inversione completa della prima più una cadenza libera. Ma qui c'è anche una piccola violazione della simmetria.

Che la procedura di inversione, o riflessione a specchio attorno a un asse orizzontale, possa essere applicata all'intera forma polifonica della fuga è dimostrato da J. S. Bach. La sua *Arte della fuga* contiene due capolavori in questo senso. Prima di tutto la fuga a quattro parti intitolata semplicemente *Contrapunctus inversus*. L'intera struttura polifonica della fuga originale è dapprima riflessa attorno a un asse orizzontale e poi traslata nel tempo. Questo signi-

¹⁵N.d.T. In italiano nel testo.

¹⁶N.d.T. Esattamente si tratta dell'*Offerta Musicale* (Bach, 1992, pagina 7 numero 4).

fica che la versione originale della fuga è seguita dalla sua versione invertita. Un'esecuzione simultanea non è possibile.

Fra i vari esempi di simmetria a specchio attorno a un asse orizzontale nell'ambito della musica atonale, vi è un esempio speciale: l'inizio del canone doppio a quattro parti per moto contrario della *Sinfonia* op.21 di Webern. Nelle coppie canoniche del primo gruppo¹⁷ e del suo inverso c'è una relazione simmetrica. I gruppi accoppiati, così come il sistema per toni interi, sono simmetricamente dispiegati attorno all'asse della nota La. Ma il risultato puntillistico, quasi una tessitura musicale seriale, è molto difficile da seguire per un ascoltatore per rendersi conto della concezione simmetrica o per sentire le note isolate — o piccoli gruppi di note — come parti di linee reali, o complesse serie dodecafoniche, usate nel processo compositivo canonico.

L'idea della simmetria a specchio attorno all'asse orizzontale e la proporzione della sezione aurea porta Bartók alla concezione formale del primo movimento di *Musica per archi, percussioni e celesta*. È una fuga composta liberamente con una serie di entrate a imitazione del soggetto cromatico, organizzato secondo pattern simmetrici di quinte ascendenti e discendenti. La nota assiale e il principale centro tonale è La e la nota culminante e la regione tonale più distante è Mib, raggiunta approssimativamente alla sezione aurea.

Interconnessioni molto interessanti fra la sezione aurea che rappresenta un principio dinamico e di crescita, e la simmetria che rappresenta un principio statico e stabilità, esistono nelle proporzioni della struttura formale della musica di Debussy, ad esempio in *Images* e in *La mer*. Non è solo un'astrazione analitica. Il dialogo fra gli elementi duali della sezione aurea e la simmetria all'inizio del *Dialogue du vent et de la mer* è musicalmente molto udibile.

La struttura accordale può anche essere costruita secondo i principi della simmetria. Per quanto riguarda l'armonia classica, c'è un gruppo di accordi la cui struttura intervallare è simmetrica attorno a

¹⁷N.d.T. In inglese “set”, “insieme”, che in senso non matematico si può tradurre genericamente come “gruppo”.

un asse orizzontale, virtuale o reale: l'accordo di settima diminuita, la triade aumentata, la "sesta francese" etc.

La simmetria può essere trovata nel sistema armonico basato su intervalli di quarta, usato da Skrjabin, Schönberg e altri.

Certamente, nel campo della tonalità estesa e dell'atonalità (se libera, dodecafonica o seriale) vi sono numerose possibilità di comporre simmetricamente una struttura armonica verticale. Fra i tanti, Joachim Blume si è molto interessato a queste possibilità. La sua *Sonata n.3 (Protuberanzen)* per organo abbonda di tali armonie simmetriche. Le strutture a cluster di *Threnos*, dedicato alle vittime di Hiroshima, rivela che Penderecki ha spontaneamente usato la simmetria a specchio.

Un'armonia atonale dissonante composta liberamente può essere gravata da due o più componenti accordali simmetriche. Nel quartetto per archi *Motion* di Kelemen ci sono due esempi interessanti di questo tipo (battute 219 e 229).

Per quanto riguarda l'atonalità organizzata in modo dodecafonico seriale, si dovrebbero citare il complesso di simmetrie applicate al complesso aggregato verticale eseguito dagli archi nella quinta variazione del secondo movimento della *Sinfonia* op.21 di Webern.

La riflessione speculare attorno agli assi verticali e orizzontali può essere strutturata in vari modi. Nel suo pezzo per percussioni *BallFall*, Donald Martin Jenni usa — come punto di partenza — la successione ritmica naturale di una palla che cade. Il modello base appare sia nella versione originale e retrograda, così come in diminuzione e in aumentazione, associato a uno scorrere del tempo a diversi livelli. È una specie di contrappunto ritmico di tre piani compositivi separatamente articolati, caratterizzati sul piano sonoro dalla scelta di tre gruppi di strumenti a percussione di legno, di metallo o a membrana.

Una sintesi dei due aspetti di simmetria a specchio, ossia attorno a un asse verticale e orizzontale contemporaneamente, è forse la più sofisticata maniera di realizzare la simmetria in musica. Questa è integrata quasi automaticamente nel sistema dodecafonico. Una delle quattro varianti di base di una serie di dodici note è un inverso

retrogrado del primo set che può essere trasposto su tutte le dodici note della scala cromatica.

Il più complesso sistema di interconnessioni simmetriche di vari tipi nell'ambito della serie di dodici suoni è creato da Anton Webern nella serie dodecafonica del suo *Quartetto per archi* op.28, basato sulle quattro note del nome B-A-C-H.

Uno dei sistemi più complicati di varie simmetrie nella struttura e forma dodecafonica, che include l'applicazione del retrogrado inverso, è stato composto da Anton Webern nel secondo movimento, *Variazioni*, della *Sinfonia* op.21. La sua struttura formale rivela un sistema complesso di simmetrie nelle simmetrie. Le riflessioni speculari attorno agli assi orizzontale e verticale, usate in particolari divisioni della prima sezione del doppio canone a quattro parti retrogrado, sono simmetricamente interrelate con quelle della seconda sezione.

Riguardo al campo della tonalità allargata, un bellissimo esempio di applicazione di una riflessione speculare simultanea attorno agli assi verticale e orizzontale può essere trovato nel *Ludus tonalis* di Hindemith. La concezione simmetrica dell'intero lavoro culmina nelle interrelazioni simmetriche fra il *Preludium*¹⁸ e il *Postludium*. Il *Postludium* è il *Preludium* suonato in modo retrogrado e invertito. L'asse orizzontale "va" attraverso Do e Do♯ scritti sul secondo taglio addizionale sopra il pentagramma (chiave di violino) così come sul secondo taglio addizionale sotto il pentagramma (chiave di basso). La successione dei centri tonali delle dodici fughe a tre parti, collegate da interludi, è strutturata simmetricamente attorno al primo e più importante centro tonale: Do. L'ultima, la dodicesima fuga, è scritta in Fa♯. Mentre il *Postludium* porta la tonalità indietro da Fa♯ a Do, il *Preludium* porta da Do a Fa♯. Il suono finale più grave, il

¹⁸N.d.T. Nel testo originale si riportano qui i termini "Prelude" e "Postlude", più avanti identificati con "Preludium" e "Postludium"; viene quindi adottata quest'ultima versione anche nel primo passaggio.

grande Do♯ alla fine¹⁹ del *Preludium*, diventa il Do♯ acuto all'inizio del *Postludium* invertito in maniera retrograda.

Nel piano formale generale, il *Postludium* è un doppio specchio posposto. Si capisce che nel sistema tonale di tonalità maggiori e minori associate alle regole del contrappunto tonale e dell'armonia classica, non ci sono tali esempi di realizzazione della simmetria.

Sebbene una simmetria diagonale non abbia una grande importanza nell'articolazione della forma musicale, essa appare sporadicamente, per lo più in microstrutture. Ecco un esempio dalla musica di Bach: l'*Invenzione a due voci* n.6 in Mi maggiore. Sia il soggetto che il controsoggetto sono basati su un'idea di scala. L'inizio è caratterizzato dal "motus contrarius" fra il soggetto e il controsoggetto e l'applicazione del contrappunto invertibile. Le linee melodiche contrappuntistiche ascendenti e discendenti si incrociano diagonalmente nel punto nel centrale, la nota Mi.

Questo saggio è una breve indagine sui vari modi di realizzare la simmetria nelle strutture e nelle forme musicali, nell'ambito della musica polifonica e omofonica, tonalità, tonalità estesa e atonalità. Nella storia della musica — in varie forme musicali e stili — è possibile riconoscere alcuni principi universali. Uno di questi è la simmetria. La sua realizzazione letterale, appare molto raramente nella musica tonale. La simmetria è spesso rotta in vari modi. La principale ragione per una piccola o grande violazione della simmetria è che la logica matematica e la logica musicale non sono necessariamente compatibili. La presenza della simmetria, raggiunta in maniera conscia o inconscia, conservata o spezzata, non garantisce nulla. Solo nelle tracce di un geniale atto creativo vi è una sintesi ideale di tutte le componenti rilevanti per una grande opera d'arte.

¹⁹N.d.T. La prima versione dell'articolo riporta "il suono finale più grave, il grande Do♯ all'inizio del *Preludium*"; di concerto con l'autore, la frase è stata modificata come segue: "Il suono finale più grave, il grande Do♯ alla fine del *Preludium*...".

La polarità nella musica: simmetria, asimmetria e loro conseguenze

GEORGE ROCHBERG

Articolo originale: "Polarity in Music: Symmetry and Asymmetry, and their Consequences." Proceedings of the American Philosophical Society, 141 (2), June 1997, pp. 169–176.²⁰

Ci sono due grandi punti cruciali, due grandi linee divisorie visibili a un occhio avvezzo a leggere la storia e udibili da un orecchio attento, che marciano lo sviluppo morfologico della musica occidentale coi suoi peculiari meandri e anche, secondo il preciso spirito del significato del termine dato da Harold Bloom, con la sua *stranezza*. Per tentare una lettura di questo fatto, vi avrei messo davanti i limiti di un modello o la rappresentazione dell'azione di grandi forze naturali — che lavorano in maniera invisibile sullo spirito umano,

²⁰Articolo letto il 20 aprile 1995.

sulla mente, sul cuore e sull'anima — e della cultura musicale che hanno prodotto.

Per tratteggiare questo modello, questa figura, sono necessarie tre cose. Primo: delineare i punti cruciali e le stesse linee divisorie. Poi descrivere cosa intendo per forze naturali. Terzo, mostrare l'azione di queste forze proprio nei punti di rottura prodotti — e i cambiamenti culturali che ne seguono. Ma prima di fare questo è necessaria un'altra cosa: parlarvi dell'idea che, fin dal suo inizio, la musica occidentale rappresenta un grande sforzo comune da parte di una serie ininterrotta di compositori, un progetto umano che va ancora avanti e di cui non conosciamo la fine.

In queste innumerevoli generazioni, singoli compositori hanno dato il loro grande o piccolo contributo. Siamo creature culturali — abbastanza spesso impotenti dinanzi alle nostre stesse inclinazioni umane — che tendiamo a selezionare e celebrare i maggiori contributi individuali. Così non ci appare chiaro il grande disegno morfologico che soggiace dietro a questo impegno comune. La conseguenza è la perdita dello scopo del progetto stesso: modellare — sebbene lentamente, in maniera ardita, anche tortuosamente e inevitabilmente con conflitti, interruzioni, vicoli ciechi, delusioni, strade che scompaiono — il più completo e inclusivo, il più potente e soddisfacente linguaggio artistico dell'espressione musicale biologicamente e culturalmente rispondente ai bisogni particolari della nostra specie. Alcuni affermano che vedere tutti questi elementi combinati, comunque percepiti vagamente in un primo momento, è essenziale per capire quello che la musica è come arte di per sé, e anche per intenderla come una manifestazione culturale. Sarà anche di aiuto spiegare perché, alla fine di questo secolo sfortunato, persista una confusione che sembra dividere e mettere in antinomia musica "classica" e musica "moderna".

La tonalità, che ha molto sviluppato il discorso musicale di compositori "classici", non muore improvvisamente, come stato più volte detto all'inizio di questo secolo, né l'atonalità, la *bestia nera* della musica, è il suo giustiziere. Parte del mio obiettivo è anche mostrare perché nessuna di queste cose sia vera.

Il primo punto cruciale: il 1600

La prima delle due grandi rotture è un momento importante nella musica occidentale, all'interno del dramma causato dallo scontro tra due visioni diametralmente opposte della relazione tra musica e parola. Sotto il livello superficiale di questa controversia, scorrono correnti sotterranee. Il dibattito prende forma nel 1600 dal violento attacco a Claudio Monteverdi da parte di Giovanni Maria Artusi, ultraconservatore e difensore dello stile rinascimentale — consolidato da 150 anni — caratterizzato dalla disposizione polifonica dei testi. Artusi accusa Monteverdi, e altri compositori come lui, di avere “solo fumo nelle loro teste”. Si dice che essi siano “così pieni di loro stessi da pensare che avrebbero potuto corrompere, abolire e rovinare tutte le buone vecchie regole tramandate da vecchia data...” (Taruskin, 1984, pagina 171). Artusi punta il dito particolarmente sulla dicotomia consonanza-dissonanza. “Abbiamo raggiunto”, dice, “il punto di assurdità, ma è anche possibile che questi compositori moderni si applichino loro stessi fino a trovare il modo di cambiare una dissonanza in consonanza e viceversa”. Conclude la sua diatriba: “Per questi compositori è sufficiente fare fracasso, un'assurda confusione, una sfilza di difetti, e tutto proviene dall'ignoranza che li rende incapaci” (Taruskin, 1984, pagina 172).

Monteverdi replica ad Artusi nel 1605 nella prefazione del suo “Quinto libro di Madrigali”, dove conia l'espressione *seconda prattica*,²¹ e in una frase che appare nel suo primo libro di *Scherzi musicali* (1607), dove dichiara che “le parole [sono]²² le amanti dell'armonia”, una frase che diventa lo slogan del tempo. Con queste due frasi e con le regole a cui dà forma, Monteverdi imprime impulso e direzione a quella che è conosciuta come Era Barocca, che poi si protrae fino al 1750.

Il Rinascimento vede la maturazione di uno stile sontuosamente complesso della polifonia vocale, le cui dense trame polifoniche sono il risultato dell'esclusivo uso di tecniche contrappuntistiche conosciute

²¹N.d.T. In italiano nel testo.

²²N.d.T. Parentesi quadre dell'autore.

te come imitazioni. In questi modelli autoreferenziali di imitazione polifonica, i compositori fanno in modo che il testo sia sottomesso alla musica, oscurando le parole fino al punto da renderle incomprensibili. Le parole sono usate come strutture sillabiche che trasportano le voci attraverso una polifonia complessa e densa.

È contro questa vecchia pratica che Monteverdi divulga la sua *seconda prattica*, al fine di rendere i testi chiari secondo un gusto musicale. Quando le parole diventano “le amanti dell’armonia”, la melodia immediatamente acquisisce la posizione preminente che conserva ancora oggi, e l’armonia, intesa come supporto accordale della melodia, inizia uno sviluppo straordinariamente rapido che porta alla creazione del vocabolario armonico della musica tonale.

Sebbene la simmetria e l’asimmetria siano spesso associate alla fisica e alla biologia, alle arti decorative e alla cura di piante e giardini anziché alla musica, solo ora — 400 anni dopo — possiamo discernere i segnali del conflitto e della tensione fra gli opposti polari di simmetria e asimmetria che lavorano sotto la superficie percepibile in questo grande punto cruciale, la rottura fra Rinascimento e Barocco. La simmetria, che tende a un’inclusione statica e a pattern compatti ricorrenti che si imitano, si stabilisce in modo chiaro nell’insieme delle tecniche polifoniche autoreferenziali. Nell’annunciare la sua *seconda prattica*, Monteverdi spalanca all’asimmetria le porte della musica, e cancella in un solo gesto il lungo dominio della simmetria nella musica. Dato che nulla di fondamentale è perduto o reso meno importante nell’esperienza umana nonostante grandi cambiamenti superficiali, la polifonia continua a essere usata in tutto il periodo Barocco, ma in forme più chiaramente definite e nel contesto primario di un pensiero asimmetrico.

Col grande cambiamento dalla simmetria all’asimmetria nel pensiero musicale si sviluppano la tonalità e le forme strutturali di impianto tonale, che crescono fino alle forme utilizzate dai figli di Bach, da Haydn, da Mozart e da molti altri compositori che costituiscono “lo stile classico” nella seconda metà del diciottesimo secolo. Come opposto polare della simmetria, l’asimmetria è aperta a un flusso continuo di potenti energie musicali, sia ritmiche che emozionali. La

forza di questo flusso è il modo di controllare e articolare il suo movimento, per evitare che la musica si trasformi in un borbottio. Nei 150 anni dell'età Barocca, dal 1600 al 1750/60, si sviluppa e si matura, sottilmente rifinita da generazioni di compositori, quella che noi oggi chiamiamo "musica classica".

Gli opposti polari di diatonismo e cromatismo

Fondamentali per questa storia sono gli opposti polari di diatonismo e cromatismo; essi stessi sono il prodotto delle tensioni e delle frizioni che caratterizzano la polarità fondamentale e naturale fra l'asimmetria e la simmetria. Nella lotta per il predominio fra questi due ordini opposti di relazioni fra il pitch (o le note), si ha il secondo grande punto cruciale e shock culturale nello sviluppo musicale nella prima decade del nostro secolo.

Il diatonismo è caratterizzato da pattern asimmetrici (la scala di Do maggiore è un pattern asimmetrico). Il cromatismo, l'opposto polare del diatonismo, tende a raggrupparsi simmetricamente.

Dal tempo di Monteverdi al tempo del grande movimento romantico, il diatonismo prende sotto stretto controllo il cromatismo e le sue tendenze simmetriche. Ed è durante questo arco di tempo, approssimativamente di 250 anni, che la tonalità diventa il linguaggio principale dell'espressione musicale usata dai maggiori compositori, i lavori dei quali costituiscono il repertorio più eseguito ancora oggi. Tuttavia, da circa la metà del XIX secolo alla prima decade del XX, sotto le stringenti pressioni del romanticismo e le sue esplosioni sfrenate di sentimenti intensi, il cromatismo prende piede in maniera crescente, col risultato che il potere del diatonismo ne risulta annientato.

Apparso chiaro, prima della fine del XIX secolo, che la tonalità, saturata dal cromatismo, diventa sempre più attenuata, difficile da percepire e dunque da seguire. Ai confini delle crisi espressive di un agitato romanticismo, la tonalità non ha letteralmente dove andare. Si è esaurita, o così sembra.

Il secondo punto cruciale: il 1900

Dal vuoto creato dalla fine di questo ciclo appaiono improvvisamente nel 1907-08 le opere atonali e con un cromatismo libero di Arnold Schoenberg. Nuove melodie e armonie rimpiazzano i vecchi vocabolari della tonalità classica. Nel suo completo rifiuto del diatonismo e della tonalità, Schoenberg trova in maniera graduale il suo proprio modo di organizzare la sua musica coi dodici semitoni della tavolozza cromatica. In altre parole, secondo i principi dell'ordine ciclico che esprimono esclusivamente l'organizzazione simmetrica. Così il vecchio conflitto fra simmetria e asimmetria prende una nuova e più nitida forma. Il suono della musica, infatti, cambia così radicalmente che a molti sembra non solo che la tonalità muoia di una morte brutale per mano dell'atonalità, ma che la musica stessa finisca. Lo shock culturale è gigantesco. Sulla sua scia arrivano controversie intense, spaccature, divisioni fra le parti, accuse e difese da ambo i lati delle fazioni estetiche. Il lancio di anatemi diviene la regola del giorno. Il modernismo nella musica si unisce alla vendetta. Non a caso Schoenberg diventa il centro della tempesta di denigrazione e di rifiuto, di eroismo e di adorazione, un dio per i suoi seguaci, l'incarnazione del diavolo per i suoi detrattori. Dove una volta l'ordine prevaleva sotto l'egida dell'asimmetria e della tonalità, con lo spostamento improvviso verso simmetria, cromatismo e atonalità, sembra essersi scatenato un caos culturale.

La trasformazione della tonalità dall'interno

Ma l'apparente spostamento dall'asimmetria alla simmetria, dalla tonalità all'atonalità, non è così improvviso come appare dalla sequenza temporale della storia. Morfologicamente, il caso è abbastanza differente. Dal XIX secolo, infatti, strutture simmetriche delle progressioni armoniche iniziano a fare la loro misteriosa apparizione nelle opere di Beethoven e Schubert. A mio parere, la preoccupazione quasi centenaria per la simmetria delle progressioni armoniche circolari da parte di quasi tutti i maggiori compositori inevitabilmen-

te trasforma la tavolozza diatonica in una cromatica, spingendo la tonalità asimmetrica al punto di rottura, rimpiazzandola infine con una tonalità cromatica totalmente nuova e inusuale. Poiché questa trasformazione è largamente ignorata, silenziosa e forte va per la sua strada. Sembra che non incontri mai l'attenzione dei teorici, ma chiaramente incontra quella dei compositori, i quali, è ovvio, non sentono il bisogno di fare pubblici annunci circa il loro approccio simmetrico all'armonia. Ai nostri giorni, questa trasformazione della tonalità dal di dentro non è ancora totalmente osservata e sottolineata.

L'abitudine di pensare simmetricamente va avanti per quasi tutto il XIX secolo. Come e perché possa accadere, nessuno può dirlo. Anche se ci piace pensare che tutto sia suscettibile di una spiegazione razionale, questa svolta verso la simmetria da parte delle generazioni di compositori che lavorano con un linguaggio tonale consolidato e profondamente radicato nell'asimmetria e nel diatonismo, è inspiegabile. Sembra che siano guidati verso un obiettivo imprevedibile da parte di una mano invisibile. Eppure si muovono, rispondono. E dalla loro risposta, la simmetria, con progressioni circolari, cromatiche e armoniche, gradualmente distrugge le fondamenta diatoniche sulle quali si adagia la tonalità. Dall'inizio del XX secolo il pensiero simmetrico in piena regola esplose nella musica di Schoenberg ed è formalizzato alla metà degli anni '20 nel metodo dodecafonico. Certamente è interessante pensare che compositori come Beethoven, Schubert, Chopin, Wagner e Brahms, fra gli altri, sono essi stessi implicati nella trasformazione della tonalità nell'atonalità.

La danza degli opposti polari

In questi tempi post-moderni, dove siamo rispetto a simmetria e asimmetria, cromatismo e diatonismo, atonalità e tonalità? Che ruolo abbiamo attualmente e quale relazione, se c'è, ha questo ruolo con i tempi precedenti nei quali domina uno o l'altro polo?

Il post-modernismo è il risultato della profonda insoddisfazione derivata dal modernismo, principalmente per la sua insistenza sull'"originalità" e sul "nuovo" in quanto tali, cancellando così tutta

la relazione con la storia e con la tradizione, distanziandosi dall'espressione diretta del sentimento umano, preferendo invece l'avanguardismo del caso, dell'astratto e le aride manipolazioni del calcolato. È inevitabile, date queste profonde insoddisfazioni, che i compositori ricomincino a riconsiderare le proprie tradizioni e la propria storia. Dal momento che la connessione con il pensiero tonale è ormai virtualmente distrutta, l'abitudine a pensare in termini tonali ha difficoltà a ristabilirsi. Ciononostante, dal 1965-70, questa nuova svolta nella spirale dello sviluppo morfologico è avvenuta e adesso, nel 1995, è chiaramente un passo visibile e sicuro verso un linguaggio diverso dell'espressione musicale, che combina il mondo pre-moderno con quello moderno in modi inaspettati.

Riutilizzare il linguaggio tonale richiede nuovamente di capire su cosa sia basata la tonalità, da dove sia emersa e da cosa sia seguita. In particolare, richiede di capire il gioco degli opposti polari negli sviluppi morfologici nella storia e nella tradizione della musica. È chiaro che ogni periodo anteriore al post-moderno vede lo sviluppo musicale dominato dall'uno o dall'altro opposto polare. Potrebbe anche sembrare vero, in apparenza, che riutilizzare la tonalità sia uno spostamento polare dalla simmetria dell'atonalità all'asimmetria della tonalità. Ma l'apparenza, come spesso accade, inganna. Ciò che accade non è uno scambio di polarità, piuttosto l'emergere di una nuova consapevolezza: che *non è più necessario sacrificare un opposto polare per l'altro*. All'inizio si avverte la sensazione che i due grandi linguaggi dell'espressione musicale, tonalità e atonalità, abbiano raggiunto il punto di massima maturazione oltre il quale non si può andare con risultati degni di apprezzamento. Poi improvvisamente si capisce che ciascun polo, se giustapposto all'altro in un modo squisitamente fantasioso, può produrre nuove forme, nuove qualità, nuovi significati percepiti come complementari. Dapprima, ciò che è stato affrontato in maniera provvisoria, intuitiva, verso la fine del secolo diventa un grande sforzo per sposare l'esperienza del modernismo con forme e intensità diverse non solo dal romanticismo del XIX secolo, ma anche con forme precedenti dell'espressione musicale, in qualche modo retrocedendo fino al medioevo. Così na-

sce l'idea che gli opposti polari non si escludano a vicenda ma siano complementari l'un l'altro come il giorno e la notte, il caldo e il freddo, il bagnato e l'asciutto. Così nasce la possibilità che l'arte della musica non sia più un caos di se/o ma sia/e. Si capisce che la musica non è semplicemente la successione lineare di stili storicamente razionalizzati, ma piuttosto l'interazione delle grandi forze oscillanti degli opposti polari. Nella loro opposizione sta la possibilità di una nuova estetica e di un nuovo percorso di espressione musicale. Queste forze sono sempre attive nei fenomeni fisici della natura e nelle specie biologiche, inclusi gli umani. È solo nell'ambito della vita culturale e dell'esperienza che gli esseri umani, avendo raggiunto una comprensione di come gli opposti polari funzionino in musica, che si può iniziare a capire come gestirli secondo significati artistici di grande valore.

La prospettiva disponibile oggi per i compositori è potenzialmente più grande di ogni precedente tempo nella storia. Questo da solo è sufficiente ad aumentare il bisogno di esercitare il gusto, il giudizio, e criteri rigorosi nel lavorare per costruire un nuovo vocabolario. È necessaria una grande cura nell'usare le potenzialità di questo doppio tracciato dell'*ars combinatoria*. Il fatto che possiamo vedere con assoluta chiarezza che tutti gli step passati nella musica occidentale sono il risultato di una preoccupazione, sebbene inconscia, riguardante sia l'asimmetria che la simmetria, costituisce una forma di preparazione, una presa di forza per il prossimo passo, il prossimo grande giro nella spirale del cambio morfologico, della crescita e dello sviluppo. I compositori oggi hanno una gamma straordinaria di mezzi possibili e di significati, che la giustapposizione e la combinazione delle polarità della simmetria)-(asimmetria, cromatismo)-(diatonismo, atonalità)-(tonalità potenzialmente generano e incarnano.²³ È più probabile che sia vero che la musica tonale e atonale siano forme del pensiero musicale non necessariamente escludentesi a vicenda, ma siano, piuttosto, trasformazioni su larga scala aventi

²³)-(è il simbolo per la polarità che ho preso in prestito dal poeta e filosofo inglese Coleridge.

la stessa forza. È mia convinzione che la prossima fase (o fasi) dello sviluppo morfologico della musica vedrà una tendenza crescente verso una più grande e più nuova tonalità stabilizzata, nella quale le polarità del cromatismo)-(diatonismo, simmetria)-(asimmetria, tonalità nello stile del XIX secolo)-(atonalità nello stile del XX secolo avranno un ruolo potente e determinante, permettendo più grandi flessibilità e possibilità nella melodia, nell'armonia e nelle strutture.

L'immagine con cui voglio lasciarvi è di un grande, morfologico *pas de deux*, una danza degli opposti polari sospesa sull'orlo del XX secolo. Nessuno può dire come andrà a finire — certamente neanche come sarà la musica nel lontano futuro — nessuno della generazione di Monteverdi poteva prevedere il suono di Beethoven o della generazione di Beethoven il suono di Schoenberg. È come deve essere. L'arte non è mai stata creata da un disegno di volontà conscio o dalla preconsoscenza, ma sorge da pressioni più recondite, incertezze, emozioni, stimoli e sollecitazioni di profondi bisogni spirituali ed emotivi.

Immaginate che si faccia una coreografia degli opposti polari con innumerevoli sottigliezze e combinazioni di step e figure, nella quale crude giustapposizioni producano acuti contrasti, nella quale l'asimmetria avvolga la simmetria e la simmetria avvolga l'asimmetria nella stessa maniera in cui i corpi dei ballerini si avvolgono l'un l'altro. Ci sono innumerevoli modi di immaginare queste combinazioni potenziali. Una cosa è assolutamente certa: sarà un lavoro assai faticoso da parte di molti compositori portare questi nuovi usi delle energie degli opposti polari al più alto livello di maturazione. Dovrà essere il lavoro di una catena ininterrotta di generazioni i cui membri possono solo percepire piuttosto che comprendere quale sarà il futuro.

Spazio e simmetria in Bartók

JONATHAN W. BERNARD

Articolo originale: "Space and Symmetry in Bartók." Journal of Music Theory, 30 (2), Autumn 1986, pp. 185–201.

Il principio della simmetria nella musica di Béla Bartók è stato oggetto di un'attenzione notevole nella letteratura critica negli ultimi trent'anni. Mentre ciò avveniva, è venuta alla luce una notevole varietà di informazioni interessanti. La simmetria è stata intesa come un'influenza sulla struttura a diversi livelli che si estende dagli ambiti più ristretti a quelli più estesi. Ci si poteva aspettare un interesse così esteso per la simmetria non solo per la sua preminenza in ciò che si percepisce all'ascolto in molte opere di Bartók — un fatto che non può aiutare ma provocare speculazioni sulle sue implicazioni più profonde — ma anche per la potenziale capacità della simmetria di regolare la struttura musicale. Cosa più sorprendente, forse, è che solo raramente la simmetria è stata considerata in quanto tale: come un sistema di organizzazione indipendente. I teorici hanno in-

vece tentato di inglobarla dentro strutture generali, spesso delineate per dimostrare il primato di qualche altro aspetto della musica.²⁴

Fra le opere analitiche in questa categoria, da sempre la più completa e probabilmente la più importante è quella di Ernő Lendvai: *Béla Bartók: an analysis of his music*, pubblicata in traduzione inglese nel 1971 (Lendvai, 1971). Molti dei diversi modelli di struttura di Lendvai servono a identificare gli schemi simmetrici delle durate, delle funzioni accordali e degli intervalli. La simmetria ha anche un ruolo nel delineare la forma. Lendvai non dà comunque alcun significato alla simmetria *in sé*, né ad alcun altro singolo aspetto della struttura in questo senso. Di conseguenza, la natura formale della sua teoria rimane un po' indefinita.

Una significativa eccezione all'uso classico della simmetria come aspetto secondario si trova nel saggio "Symmetrical formations in the string quartets of Béla Bartók" di George Perle. Qui l'autore considera la possibilità che l'uso della simmetria alla Bartók rappresenti un punto di rottura in termini compositivi, elevando la simmetria a un livello di importanza molto superiore rispetto al livello di (presunta) irrilevanza nella musica di alcuni dei suoi predecessori. Le conclusioni di Perle, comunque, sono molto pessimistiche:

Per quanto queste procedure siano molto importanti, bisogna anche notare che le formazioni simmetriche di Bartók sono solo un aspetto irrilevante nell'ambito di un'intera composizione. Anche in quelle poche opere dove hanno un ruolo strutturale, non definiscono alcun contesto, che invece è determinato da un particolare amalgama di vari elementi. . . Le formazioni simmetriche possono generare una intera struttura musicale, come le relazioni fra gli accordi hanno fatto tradizionalmente? Le implicazioni delle opere di Bartók in questo, come in altri aspetti, rimangono problematiche (Perle, 1955).

²⁴Fra i più importanti studi sulla simmetria fra quelli citati in (Lendvai, 1971) e (Perle, 1955), vi sono: (Babbitt, 1949; Mason, 1957; Treitler, 1959; Forte, 1960; Whittall, 1971; Perle, 1955, 1977; Antokoletz, 1977, 1984).

Il lettore potrebbe dissentire. La frase di Perle sembra strana rispetto all'evidenza che cita — evidenza che, sebbene schiacciante, certamente invita a indagini ulteriori. Si è restii, dopo aver incontrato molti esempi degni di nota di costruzioni simmetriche, a classificarle come mere particolarità.

Ma, esattamente, perché la simmetria dovrebbe essere una questione “problematica”? Forse il problema è nella definizione stessa del fenomeno in sé. Un punto che non è stato assai sottolineato nella letteratura specifica è che c'è una differenza fra gli esempi di simmetria nei quali le relazioni sono costantemente presenti in termini esatti di registro, e gli esempi nei quali la loro presenza è solo parziale o assente. Si consideri l'esempio 9.



Fig. 9

Qui sono mostrati, l'uno accanto all'altro, due accordi con le stesse note. Quello che distingue l'uno dall'altro è certamente la disposizione delle altezze; nel primo accordo la disposizione è simmetrica (dato che lo stesso intervallo di 11 semitoni separa Re^b da Do così come Do da Si), mentre nel secondo non lo è. L'apprezzamento delle differenze giustifica la conclusione provvisoria che, dei due tipi, la simmetria presente a livello di registro è più importante di quella a livello strutturale. La simmetria è, dopo tutto, principalmente un fenomeno *spaziale*.

Per molto tempo abbiamo fatto l'abitudine ai concetti di inverso ed equivalenza d'ottava nella musica tonale, e nella maggior parte dei casi abbiamo mantenuto questi concetti nell'analisi della musica post-tonale. Ciononostante, in un contesto simmetrico non c'è ragione perché lo spazio metaforico del valore assoluto dei dodici suoni debba essere equivalente allo spazio *reale*. La convergenza o divergenza delle parti strumentali, ad esempio, o della trasposizione o in-

versione di un accordo o di un motivo, è percepita più chiaramente quando le ampiezze assolute degli intervalli sono preservate.

Esempi di questo tipo di simmetria esatta nelle composizioni di Bartók sono, ovviamente, numerosi. D'altronde, la loro esistenza suggerisce che le relazioni basate interamente su ampiezze intervalari assolute possono ben operare, nel complesso, come un metodo generale di procedimento simmetrico per intere opere.

Certamente, non ci sono poche prove a supportare questa ipotesi. Esempi rappresentativi sono mostrati più avanti, dal modo di definire i tipi di simmetria che saranno applicati nelle analisi più estese che seguiranno.



Fig. 10 Illustrazioni da “Il problema della nuova musica” di Béla Bartók.

Alcune di queste evidenze sono fornite da Bartók stesso. Nel suo “Il problema della nuova musica” (1920), Bartók si discosta brevemente dalla sua usuale reticenza su questioni teoriche e presenta molti esempi di accordi atonali (esempio 10). Dei suoi quattro accordi, tre sono simmetrici rispetto a un asse di una o due note e mostrano quella che chiameremo da qui in poi simmetria *a specchio*. Commentando le sonorità [di questi accordi], Bartók (1976, pagine 455–459) nota che la disposizione nel registro è cruciale per il loro effetto.

Un esempio molto conosciuto di simmetria nella musica di Bartók è lo schema delle entrate della fuga nel primo movimento di *Musica per archi, percussioni e celesta* (1936), esempio 11. L'ordine di que-

ste entrate delinea due sequenze di quinte giuste per moto contrario, che si susseguono in modo alternato a partire dal La iniziale.



Fig. 11 Musica per archi, percussioni e celesta, I, batt. 1-27, note delle progressive entrate del fugato.

Ancora più significativo è che tutte queste quinte sono ampie esattamente sette semitoni – ossia non vengono sostituite quinte invertite o quinte composte. Il profilo generale, dunque, è una simmetria a specchio rispetto al La.

All'inizio del secondo movimento del *Secondo Concerto per pianoforte* (1931), la parte degli archi è disposta in due gruppi che si muovono per lo più per moto contrario (esempio 12). La simmetria insita in questo movimento sembra dapprima solo approssimativa, ma se mettiamo in fila tutte le note delle batt.1-5, mantenendole nel registro nel quale compaiono, allora emerge uno schema simmetrico a specchio, come mostrato nell'esempio 13. La disposizione di ciò che sta delle batt.6-8 in modo simile rivela un'altra simmetria, diversa da quelle delle batt.1-5. Qui la simmetria a specchio (come rivelato dalla presenza di un segmento nel mezzo) è combinata con una simmetria *parallela* fra i due segmenti esterni, così chiamati perché tutti e due mostrano lo stesso ordine di intervalli dal basso verso l'alto (esempio 14).

Il titolo del *Mikrokosmos* n.141, *Soggetto e inverso* (1933),²⁵ è certamente suggestivo dal punto di vista della simmetria. Il pezzo consiste in una serie di brevi sezioni, ciascuna delle quali è simmetrica rispetto a una singola nota o coppia di note distanti una o più ottave. L'esempio 15 mostra l'inizio della prima sezione.

²⁵La data delle composizione è fornita in (Vinton, 1966).



Fig. 12 *Concerto n.2 per pianoforte e orchestra, II, batt.1-8.*

Su larga scala, gli stessi assi della simmetria, se presi come una serie, formano essi stessi uno schema simmetrico. Gli assi, in ordine, sono Sib, Si, Re, Mib, Fa \sharp , Sol e Sib, esempio 16 (b). Questa serie è equivalente alla scala 1:3 di Lendvai (1971, pagina 51) ed è del tipo parallelo-simmetrico. In aggiunta a questo schema, nel quale le note compaiono a varie ottave differenti, altri aspetti controllano la disposizione delle altezze. Primo, la posizione iniziale dei Sib è a distanza di un'ottava, ed essi si espandono sia sopra che sotto di un'ottava fino alla sezione finale coi Sib (batt.63-82).

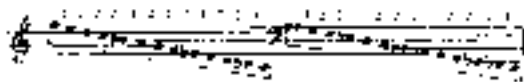


Fig. 13 batt.1-5, schema delle note.

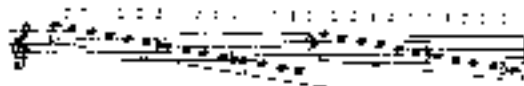


Fig. 14 batt.6-8, schema delle note.



Fig. 15 *Mikrokosmos* n.141, “Soggetto e riflessione”, batt.1-7.

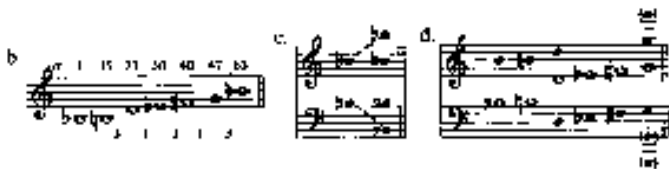


Fig. 16 “Soggetto e inverso”, rappresentazioni schematiche delle relazioni simmetriche.

Per tutta la durata dell’opera, poi, si ha un’*espansione*, esempio 16 (c). Secondo, la scala degli assi 1:3, tracciata per l’intero pezzo, può essere trovata continuamente solo in un’ottava che comincia col Sib sotto il Do centrale. I punti finali di questa ottava sono la stessa coppia di Sib che aveva aperto il pezzo.

Il raddoppio di note della scala (escludendo il Sib finale, che è trattato un po' diversamente dagli altri assi) si ascrive anch'esso in uno schema simmetrico, come mostrato dall'esempio 16 (d). Questo schema può esser letto così: Sib e Si raddoppiati sopra, poi Re raddoppiato sopra e sotto, poi Mib e Fa# raddoppiati sotto, poi Sol raddoppiato sopra e sotto.

The image shows a musical score for the third movement of the Second Piano Concerto by Johannes Brahms. It consists of three systems of staves. The top system shows the piano part with a treble clef and a key signature of one flat. The middle system shows the woodwind and string parts. The bottom system shows the piano part with a bass clef. The score includes various musical notations such as notes, rests, and dynamic markings like 'mf' and 'cresc.'.

Fig. 17 *Concerto n. 2 per pianoforte e orchestra, III, batt. 3-15.*

La *ripetizione* e l'*inverso* sono assai vicini alla simmetria parallela e alla simmetria a specchio. La sola differenza è che la ripetizione e l'inverso sono meglio utilizzati per descrivere l'ordine di eventi nei quali una configurazione data può dare origine a un'altra. Un esempio di ripetizione ed inverso che operano in uno stesso passaggio si trova all'inizio del terzo movimento del *Secondo Concerto per pianoforte* (esempio 17). A batt. 3, il Re sotto il Do centrale è la nota più bassa nell'insieme di accordi di ottave ed unisoni, ed è immediatamente seguito da Do e Mib nei timpani — note che, ripetute, formano un ostinato. Il gruppo Do-Re-Mib è contrassegnato con (A)

nell'esempio 18. Il pianoforte entra di nuovo a batt.7 con Mib e Solb per poi riempire questo intervallo (batt.10) con Fa. A questo punto le note Mib-Fa-Solb, contrassegnate con (B), possono esser lette come ripetizione di (A). Due misure dopo, il pianoforte prende il Mib e Do dei timpani, ma riempie l'intervallo con Reb anziché Re, formando il gruppo (C). Rispetto a (B), poi, (C) rappresenta un inverso. Alla fine, a batt.14, il pianoforte raggiunge il La sotto queste note completando l'espansione dell'originale Do-Mib.



Fig. 18 batt.3-15, riduzione schematica.

Quelli che seguono, certamente, sono solo esempi e dovremmo essere cauti nell'estrapolare da essi conclusioni affrettate. Non importa quanto possa essere seducente un esempio, rimane sempre la possibilità che sia atipico: un'applicazione speciale di una procedura non può essere generalizzata. Per andare oltre l'esempio isolato, dobbiamo considerare più da vicino il concetto stesso di simmetria e le ipotesi, [a volte] trascurate, insite nella sua definizione ordinaria.

Altri, oltre a Perle, hanno notato la possibile povertà di relazioni musicali intrinseche a un "complesso musicale totale" strutturato simmetricamente. Stravinsky, ad esempio, ha fatto notare che "una cosa per esser perfettamente simmetrica deve essere perfettamente morta" (Stravinsky e Craft, 1959, pagina 20). Quello che hanno in comune queste due frasi è una definizione implicita di simmetria come uno stato in cui tutte le componenti della tessitura musicale sono relegate a una sola relazione, un singolo asse di simmetria.

Altre definizioni di simmetria sono tuttavia possibili. Un'espansione del concetto del singolo asse cambierebbe radicalmente la situazione. Pensiamo invece una simmetria polivalente, che coinvolge una matrice di possibilità da esplorare in successione o in combinazione libera. Questa matrice, se esiste, implicherebbe un'enfasi compositiva sulla procedura della progressione simmetrica e non su-

gli assi di *per sé*. Un maggior significato si attribuisce al fatto che *ci sono* degli assi (quindi delle simmetrie) rispetto alle [singole] note che li costituiscono. Dunque questo sistema non riguarderà il singolo pitch (o pitch-class) degli assi, anche se per un particolare momento o per tutto il tempo.

La simmetria polivalente ha anche altre implicazioni già suggerite da qualcuno degli esempi presentati sopra. Questo sistema di simmetria può funzionare per creare unità operando non esclusivamente a un livello, bensì a vari livelli allo stesso tempo, andando dal controllo del singolo accordo o motivo al controllo di grandi sezioni di musica. Infatti, potrebbe essere possibile, se la simmetria è una forza importante, scoprire una gerarchia di relazioni nella quale simmetrie più piccole contribuiscono alla [formazione di simmetrie] più grandi, che a turno contribuiscono a quelle ancora più grandi, e così via, per lunghe sezioni temporali.



Fig. 19 *Sonata per due pianoforti e percussioni*, I, batt. 14-15, pianoforte II.

La discussione di ogni tipo di gerarchia dovrebbe essere preceduta da un'enumerazione dei criteri per *segmentazione*, o la divisione di una tessitura musicale nelle sue parti costituenti. Di solito ci sono molti modi per segmentare un passaggio musicale; alcune di queste segmentazioni possono essere migliori di altre. D'altra parte, in funzione della matrice di possibilità menzionata prima, molte segmentazioni differenti, ugualmente valide, possono coesistere allo stesso momento.

Fra i criteri importanti di segmentazione in un contesto spaziale ci sono, prima di tutto, le note più lunghe e più alte, o *limiti superiori* e inferiori. Queste note delimitano la porzione di spazio musicale che

si usa per un certo tempo, sia per la durata di un singolo accordo sia per la durata di diverse misure. Queste due possibilità sono illustrate negli esempi 19 (a) e (b) rispettivamente; le note cerchiato sono i limiti alti e bassi in ciascun caso.

Secondo, il timbro è un altro importante aspetto della segmentazione. Nel primo frammento sotto, la sonorità d'apertura può essere divisa nei gruppi di ottoni e percussioni con importanti conseguenze per l'analisi. Certamente, dato che questi due gruppi si presentano allo stesso tempo possono anche essere considerati in termini del loro effetto nell'insieme: una possibilità non esclude l'altra. Terzo, le caratteristiche ritmiche possono servire a differenziare elementi musicali specialmente per eventi simultanei a livello temporale. Accanto al tipo di contrasto esplicito apparente, ad esempio, fra note tenute e note rapide, ci sono altre possibilità più complesse. All'inizio della *Sonata per due pianoforti e percussioni* (vedi esempio 23) il secondo pianoforte entra in canone col primo. Anche se c'è una sovrapposizione di registri fra i due, le loro parti possono essere trattate, su un livello, come zone di attività indipendenti.

Infine, altri fattori come marcatori di frase, dinamiche, cambi della texture, o separazioni dalle pause, non hanno meno valore dei criteri enumerati sopra. Infatti, una segmentazione sta in piedi o no secondo il grado dell'evidenza provata da questi fattori.

Le due analisi seguenti servono per illustrare, in modi differenti, come le costruzioni simmetriche interagiscano in contesti ampi o più complessi. Nel *Primo concerto per pianoforte* (1926), primo movimento, batt.1-29 (esempio 20), le prime sei misure sono improntate a una sonorità che chiamiamo (X), per motivi di convenienza. (X) è fatta dalla nota Si, raddoppiata dal pianoforte e dai timpani, a due ottave di distanza, e dal La raddoppiato dai corni e dai tromboni a un'ottava di distanza. L'ampiezza dello spazio qui usato, espresso in semitoni, è [24].²⁶ Nelle misure 7-9 un accordo degli ottoni, che chiamiamo (Y), prende il posto di (X). La nota più acuta in questo

²⁶I numeri entro parentesi rappresentano la dimensione degli intervalli in semitoni. [N.d.T. Parentesi quadre dell'autore.]

accordo tenuto è La nella tromba; così l'intervallo fra la nota più alta negli ottoni delle batt.1-6 è esattamente [24] più in basso della nota più acuta di (Y). Questa relazione è evidenziata nell'esempio in figura 20 dalle parentesi con singoli tagli.

The image shows a schematic reduction of a musical score for the first movement of a concerto. It features multiple staves for different instruments, including strings, woodwinds, and brass. The score is annotated with various symbols, including brackets and double slashes, which are used to highlight specific intervals and relationships between notes in different parts of the music. The notation is dense and includes many accidentals and dynamic markings.

Fig. 20 *Concerto n.1 per pianoforte e orchestra*, I, batt.1-29, riduzione schematica.

La costruzione simmetrica è evidente anche nella struttura interna di (Y) e nella sua posizione rispetto a (X): dal basso verso l'alto abbraccia uno spazio di [23]. Questo intervallo corrisponde a due altri di uguale ampiezza: uno è la distanza verticale dalla nota più acuta dei corni in (X) alla nota più acuta dei corni in (Y), gli intervalli La-Sol \sharp ; l'altro è la distanza verticale fra il limite *più grave* di (X) ed il limite più grave di (Y). Notare le parentesi coi tagli doppi nell'esempio 20. Tutte queste corrispondenze sono esempi di ripetizione. La giustapposizione di (X) con (Y) è interessante anche per altri motivi. Consideriamo le note del piano e degli ottoni di (X) come parti interne dello spazio verticale fra le note più basse di (X) e (Y). L'esempio in figura 21 mostra che la struttura degli intervalli formata dalla giustapposizione di (X) e (Y) è replicata in (Y) stesso.

Il passaggio continua nelle batt.10-13 con una seconda riproposizione di (X), seguita da un ulteriore sviluppo di (Y) nelle batt.13-18. Qui nell'insieme delle note tenute alle batt.7-9 si aggiunge il raddoppio del La acuto un'ottava sotto, e i Sol \sharp dei corni in ottava diventano le prime note di un passaggio in ottave (esempio 22). Di nuovo, le considerazioni sulla simmetria sono importanti per due motivi. Pri-

mo, la linea generale in questi strumenti, articolata sia con note tenute che coi limiti superiori ed inferiori del passaggio in ottave dei corni, è Re♯-La-Re♯-La: lo spazio è uniformemente diviso in tritoni. Secondo, la struttura interna della musica dei corni è simmetrica. Le note in questo passaggio formano una serie di intervalli [1] [2] [1] [2] in ogni ottava, una caratteristica della simmetria parallela.



Fig. 21

Fig. 22 *Concerto n. 1 per pianoforte e orchestra*, I, batt. 13-19, corni.

Dopo una terza apparizione di (X) alle batt. 19-21, (Y) ritorna, per la terza volta ma in maniera un po' diversa. Rispetto alle batt. 13-18, tutto nelle batt. 22-29 è un'ottava sotto, e i fagotti hanno ora il motivo tematico dei corni, *piano*. Le implicazioni per la struttura spaziale sono considerevoli; l'esempio 20 mostra che la *contrazione*, l'opposto dell'espansione, avviene a questo punto rispetto ai limiti precedentemente delineati dell'intero passaggio. Questa contraddizione può sembrare dapprima essere approssimativa, fino a quando la distanza in alto della contrazione è un semitono più grande di quello più basso. Tuttavia, se invece di sentire un intervallo fra il La più alto e quello più basso ci focalizziamo sulla successione

dei punti di attacco, dunque l'ultimo Sol \sharp della parte più acuta del corno alla batt.18 è seguita dal La più alto alle batt.22-29. Ascoltate in questo modo, le due distanze delle contrazioni sono uguali. La contrazione stessa può essere vista come funzionale a chiudere la sezione introduttiva e a preparare la transizione all'*Allegro* che segue subito dopo.

Nella *Sonata per due pianoforti e percussioni* (1937), primo movimento, batt.1-8 (esempio 23, partitura; esempio 24, riduzione), la simmetria agisce non tanto nella ripetizione nell'ampiezza verticale, quanto nell'espansione della forma e contrazione di singole note che, per altri criteri, emergono come preminenti. Questo avviene nelle prime tre battute, dove il Fa \sharp iniziale dei timpani diventa il punto centrale dello spazio delineato dalla nota più grave (Re \sharp) e più acuta (La) del primo pianoforte, uno spazio che si delinea come espansione da Fa \sharp .

Parlando dell'insieme, fino al battere di misura 4, l'intervallo Re \sharp -La è stato riempito cromaticamente in tre ottave (le tre più basse dell'estensione del pianoforte) e la parte dei timpani ha fornito la nota Si fra due delle più alte ottave riempite dagli intervalli. Questo Si prefigura lo sviluppo successivo nella batt.4: le note Sib-La-Si in tre ottave adiacenti, allargano di due semitoni ciascuno dei frammenti cromatici descritti sopra. Il punto centrale di questa nuova formazione è il Sib centrale, anche il punto centrale del primo verticale a batt.4. I due Si finali più acuti, comunque, hanno acquistato più significato in eventi successivi nel reminder a batt.4 e per tutta la batt.5. Qui, aree spaziali sovrapposte sono disegnate in maniera indipendente da ciascuno dei due pianoforti. Il pianoforte I ha un'espansione simmetrica dal Si precedentemente menzionato, il pianoforte II un'espansione simmetrica dal Si un'ottava sopra. Notare che il pianoforte II entra in canone rispetto al pianoforte I, a distanza di tritono, a una distanza imitativa di due ottave. Il materiale del pianoforte I, comunque, è in quadruple ottave, mentre quello del pianoforte II è in 3 ottave. La sola ragione plausibile per questa differenza è che il registro del pianoforte II, se poi espanso, non sarebbe in simmetria con la nota Si.

The image displays a page of a musical score for Bartók's Sonata for Two Pianos and Percussion, I, measures 1-8. The score is arranged in a vertical stack of systems. The top system includes staves for Percussion I, Percussion II, and two Piano parts (Piano I and Piano II). The Percussion parts feature rhythmic patterns with various note values and rests. The Piano parts show complex melodic and harmonic textures. The score includes dynamic markings such as 'pp' (pianissimo) and 'p' (piano). The notation is dense and characteristic of Bartók's style, with many accidentals and complex rhythmic structures. The page is numbered '1-8' at the bottom left, indicating the measures shown.

Fig. 23 *Sonata per due pianoforti e percussioni, I, batt.1-8.*

The image displays two systems of musical notation, each consisting of five staves. The notation is highly complex, featuring numerous notes, rests, and dynamic markings. The first system includes markings such as 'P II' and 'P I'. The second system includes markings such as 'P I', 'P II', and 'P O'. Dotted lines and other schematic elements are overlaid on the musical notation, connecting various notes and rests across the staves, likely representing a reduction or a specific analytical perspective of the music.

Fig. 24 batt.1-8, riduzione schematica.

A questo punto, possiamo fare una pausa nel nostro percorso e focalizzarci più da vicino sul materiale melodico delle batt.2-5. Nell'esempio 25, le battute 2-3 sono viste come una serie a incastro di tre accordi. Questi accordi, a parte riempire cromaticamente lo spazio Re \sharp -La, mostrano altre caratteristiche interessanti. Considerando i gruppi cerchiati dell'esempio 25 (a) e verticalizzandoli, esempio 25 (b), scopriamo che il gruppo 3 è una replica del gruppo 1, mentre il gruppo 2 è di un tipo differente. Questa, in sé, è certamente una disposizione simmetrica. L'esempio 26 mostra che le batt.4-5 sono un'estensione delle batt.2-3; di nuovo, quando i gruppi dell'esempio 26 (a) sono verticalizzati nell'esempio 26 (b), diviene chiaro che il quarto accordo, quello nuovo, è un'inversione del secondo accordo. Così in un certo senso le batt.4-5 completano le batt.2-3 ed una disposizione simmetrica dà la forma all'altra.²⁷

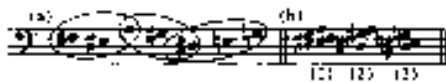


Fig. 25



Fig. 26

Le dinamiche improvvisate *forte* e *fortissimo* di batt.6 portano, fra le altre cose, un cambio improvviso nel registro a un'area delimitata dal Re tre ottave sopra. Il limite basso della sonorità nel pianoforte I è posto simmetricamente rispetto ai limiti delle batt.4-5 (che è pianoforte I e pianoforte II presi insieme) — e, da qui, per l'intero pezzo fino a questo punto. Inoltre, il canone che si espande su tre

²⁷L'uso di Bartók del canone qui può essere visto come un altro aspetto ancora della costruzione simmetrica (ripetizione).

ottave del Re, esplicitamente suddiviso in frammenti di ottava, è una replica della posizione finale del pianoforte I a batt.5 (del Do♯). Anche a batt.6 il pianoforte II ha delle note rapide in successione. Questo improvviso incremento dell'attività ha diverse caratteristiche degne di nota. Primo, è simmetrico a se stesso: c'è una salita dal Si sotto il Do centrale al La sopra di esso poi si torna indietro; a ognuno di questi punti nella salita, due note distanti un semitono suonano insieme, salvo all'apice, dove tre sono suonate allo stesso momento. Secondo, il Si iniziale e finale è la nota che crea la simmetria nello spazio delineato dal pianoforte II a batt.5. Il materiale precedente, allora, qui continua a influenzare la struttura. La connessione ha un senso musicale, poiché il materiale del pianoforte II, essendo il *comes* del canone nelle batt.4-5, finisce dopo il pianoforte I e dunque è stato sentito da meno tempo. Terzo, l'accordo apice Sol-Sol♯-La della parte veloce a batt.6 è esattamente a metà strada fra i limiti esterni della battuta (del Re). La preminenza di questo accordo è garantita dopo dalla sua posizione al punto più forte nel pattern crescendo-diminuendo suonato dal pianoforte II.

Lo spazio riempito dalla corsa alla batt.6 continua ad avere influenza sulla struttura a batt.6-7. La melodia del pianoforte II, alla dinamica del *piano*, si estende dal Re sopra il Do centrale giù fino al Mi sotto di esso, replicando lo spazio Si-La della volata con note veloci. Il composito di questi due spazi di [10] è Mi-La, [17], che è esattamente la stessa distanza di contrazione fra la tripla ottava del Re e l'accordo apicale Sol-Sol♯-La. La melodia nel pianoforte II ha, comunque, una linea chiaramente simmetrica di per sé (vedi esempio 27): la verticalizzazione dei suoi contenuti mostra che i due suoi accordi che la compongono sono correlati per inversione e, più avanti, sono dello stesso tipo del numero 1 e 3 nell'esempio 25.



Fig. 27

Col diminuendo del battere della misura 8 finisce una serie di contrazioni spaziali, ed il limite acuto è successivamente abbassato, dall'iniziale Re alto al Re un'ottava sotto, e alla fine al Re un'ottava sotto di quello. Allo stesso tempo il Re basso originale, mentre sta ancora risuonando, è svanito più rapidamente di altre note nella tessitura, dato il fatto che da batt.6 non è più toccato. Il Re immediatamente sopra il Do centrale, poi, è il centro della contrazione portata avanti da batt.7 a batt.8, dal limite del Re un'ottava sopra e sotto.

* * * *

Asserire che queste procedure simmetriche siano universalmente applicabili alla musica di Bartók sarebbe certamente azzardato. Il lettore avrà notato che il repertorio dal quale sono stati presi gli esempi è stato circoscritto in due modi. Primo, tutti i pezzi scelti, tranne uno, mostrano la preminenza del pianoforte nella strumentazione. È possibile che la speciale richiesta di scrivere per pianoforte, con la sua ampiezza ininterrotta di più di sette ottave e la sua uniformità di trasformazioni timbriche in quell'ampiezza, possa aver comportato delle prove speciali sui limiti del registro — o, almeno, possa aver suggerito a Bartók la possibilità di fare queste prove. Così, la letteratura per quartetto d'archi, indagato da molti studiosi della simmetria, può veramente essere il posto sbagliato dove cercare un uso esteso della simmetria del registro, data la mancanza di uniformità timbrica, l'ampiezza totale più piccola, e le limitazioni imposte dalle dimensioni dell'ensemble insieme alla (presunta) necessità di promuovere le distinzioni e l'individualità delle parti.

Secondo, molti degli esempi citati (ed entrambi quelli più lunghi) sono presi da movimenti con tempi lenti. Questa non è una circostanza casuale, ma piuttosto un riflesso dell'origine di questo studio nella percezione della “musica lenta” di Bartók e l'impressione che trasmetta un movimento costante e implacabile da un punto all'altro. Anche per ragioni pratiche, questa musica è ideale per illustrare le idee di questo articolo; siccome il tasso dei cambi di nota rispet-

to al tempo è lento, movimenti o sezioni grandi possono essere più facilmente trattate.

Dati questi limiti, si deve nondimeno concludere che i processi simmetrici hanno una profonda influenza sul disegno compositivo nei passaggi citati, e probabilmente anche in altra musica di Bartók. Nessuna rivendicazione qui che questi siano gli unici aspetti della sua musica che meritano di essere discussi — solo che la simmetria ha un potere più grande di quello che poteva esser sospettato per spiegare non solo la presenza di molti elementi specifici nelle texture musicali di Bartók (cioè una nota singola o un piccolo gruppo di note), ma anche la disposizione degli interi passaggi e delle loro relative collocazioni nello spazio musicale. Le implicazioni sembrano degne di essere analizzate in futuri lavori analitici.

La simmetria e il suo rapporto di “amore-odio” con la musica

DANA WILSON

Articolo originale: “Symmetry and Its ‘Love-Hate’ Role in Music.” Computer and Mathematics with Applications, 12B (1/2), 1986, pp. 101–112.

Abstract. La simmetria ha un ruolo fondamentale nella musica occidentale. La prima parte di questo saggio mostra come le simmetrie²⁸ per traslazione, riflessione e rotazione si manifestino nel materiale melodico. La seconda parte tratta di come la simmetria sia spesso usata da un compositore per

²⁸N.d.T. Il testo originale fa riferimento alle “operazioni di simmetria”. Si tratta di un lessico matematico/fisico (Feynman et al., 2005, pagina 52-1). In questo saggio, si è scelta la dicitura “simmetrie”, più frequente in ambito musicologico.

creare aspettativa nell'ascoltatore, che viene spesso disattesa, negando relazioni simmetriche su larga scala. Le possibili ragioni della presenza di simmetria in musica e del rapporto di aspettativa-negazione (“amore-odio”), sono considerate alla luce dei loro ruoli fondamentali.



Fig. 28 L'illustrazione mostra il “Cuore musicale” di Baude Cordier dal Codice Chantilly, 1400 ca.

Affermare che la simmetria abbia un ruolo fondamentale nella musica occidentale può apparire ovvio. L'atto stesso del comporre presuppone di sfruttare la simmetria al punto che la maggior parte del materiale di un brano può essere ricondotto a qualche pattern fondamentale — o idea — esposto all'inizio del lavoro. Gran parte del lessico musicale e le strutture formali più frequenti scaturiscono dal principio di simmetria.

Il perché di questo è stato oggetto di speculazione per secoli. Un approccio molto usato è stato quello di relazionare la musica con attività del corpo umano o con emozioni. Eventi simmetrici come il respiro, il battito cardiaco, il camminare, l'attività sessuale, sono atti divisi in due momenti che si compongono di una parte nella quale aumenta la tensione, seguita poi da un decremento o stasi temporale. Questo può essere espresso musicalmente attraverso figurazioni ritmiche e melodiche. Inoltre, l'accelerazione e il successivo rallentamento della frequenza respiratoria, cardiaca, o del camminare come conseguenza dell'aumento e successivamente del declino della paura o dell'eccitazione, sono da molti messi in relazione con pattern musicali tensione-distensione su larga scala: un'improvvisa ascesa delle note seguita da una discesa, un'accelerazione e poi una “frenata” del tempo o dei ritmi, un aumento o un decremento della densità sonora o dei livelli dinamici e così via.²⁹

La musica è stata anche a lungo associata ad altre arti, che possono in sé essere espressione di stati psicologici. Anche lo scopo di far scivolare le estremità inferiori attraverso una sala da ballo ha richiesto l'utilizzo di schemi ripetitivi. Almeno fin dal tempo degli antichi greci, la musica è stata messa in relazione con la poesia ed è spesso servita per enfatizzare lo schema metrico e la rima del verso. Il grado in cui questa pulsazione — questo senso di flusso e riflusso — produce un appagamento intellettuale di ordine prevedibile, così come una sensazione fisica di rilassamento, probabilmente varia da ascoltatore ad ascoltatore, ma è chiaro che, considerando le differenze delle funzioni e degli stili musicali, le sue relazioni simmetriche possono essere fondamentali e complesse.

L'ironia della simmetria nella musica occidentale è che, più è desiderabile un certo schematismo e un equilibrio (il grado dei quali dipende dallo stile musicale così come dall'ascoltatore), più la totale prevedibilità porta al compiacimento dell'ascoltatore, ma questo schematismo può risultare noioso. Quindi il compito del compositore

²⁹Mozart, ad esempio, ha utilizzato ciascuna di queste tecniche per sottolineare esplicitamente tali attività corporee nelle sue opere.

è triplice: (1) affermare un'idea; (2) rafforzarla attraverso simmetrie, generando in tal modo determinate aspettative nell'ascoltatore; (3) negare quindi la simmetria prevista su larga scala nella speranza di sollevare l'ascoltatore dai vecchi "schemi" e generare un forte effetto di imprevedibilità, tensione o gioia della sorpresa. Spesso questa negazione è associata a un tentativo di infondere nell'ascoltatore un nuovo senso di equilibrio, di proporzione o di distensione, fornendo, se si vuole, un nuovo punto di vista.

In questo saggio si esaminerà dapprima come la simmetria serva per unire, bilanciare e direzionare il materiale melodico di un'opera.³⁰ Si userà questa prospettiva per investigare come la simmetria melodica, una volta stabilita, generi nell'ascoltatore aspettative di simmetrie su larga scala per poi disattenderle, suscitando così una risposta emozionale. (Alla fine si dimostrerà che, nonostante questo "amore-odio" della simmetria, alla fine si raggiunge un grande senso di equilibrio). A causa della natura astratta della musica, il lied sarà il genere principale esaminato in questo saggio, nella speranza che il testo, fungendo da tramite, fornisca spunti a specifiche forme melodiche o decisioni compositive.

Simmetrie in musica

Prima di affrontare la dicotomia amore-odio, consideriamo come le tecniche di simmetria³¹ di base si esplicino in maniera generale nella musica occidentale. Per il lettore che non legge la notazione musicale, una rappresentazione grafica della forma melodica accompagnerà ogni esempio.

³⁰Sebbene la melodia possa essere cruciale per lo studio della simmetria, altri elementi, come l'armonia e le figure ritmiche, possono anche essere importanti. Tuttavia, includerli richiederebbe discussioni tecniche che andrebbero oltre lo scopo di questa indagine.

³¹N.d.T. Nel testo "operazioni di simmetria".

Traslazione

La tecnica³² più comune e fondamentale che si trova in musica è la traslazione. I pattern melodici vengono enunciati e ripetuti, con le stesse o con altre note, e conferiscono una necessaria unità a un genere così astratto. Le misure iniziali della *Sinfonia* n.40 di Mozart servono per illustrare questa traslazione semplice ma efficace (figura 29). Si noti nella figura 29 che questo esponente del Classicismo [viennese], così attento all’equilibrio e alla proporzione, usa la simmetria anche in un senso più ampio. Non solo *a* (l’intera prima linea dell’esempio) è traslato in *b* (la seconda linea), ma i gesti brevi, ripetuti e verso il basso di *c* sono bilanciati dal salto verso l’alto di *d*, e questi due insieme delincono un’unità più grande (che comincia bassa e poi sale) che sarà bilanciata dal pattern discendente *e*.³³



Fig. 29 Melodia di apertura della *Sinfonia* n.40 in Sol minore di Mozart.

Man mano i frammenti si trasformano in frasi e le frasi in sezioni, elenchiamo altri strumenti e tecniche che si servono della traslazione:

³²N.d.T. Nel testo “operazione”. In matematica si possono definire delle “operazioni”, che in senso più generale sono delle trasformazioni. Il termine “trasformazione” ha significato sia in matematica che in musica. Inoltre, nella composizione una “tecnica” comprende anche modi di trasformare note e strutture musicali.

³³Il fatto che questi schemi in seguito si disintegrino in una turbolenta frenesia esemplifica la tesi dell’amore-odio da considerare in seguito.

D. Wilson

- ostinato, passacaglia (semplice ripetizione di un frammento melodico);
- canone, fuga (traslazione su altri gradi e a diversi intervalli di tempo);
- variazione (traslazione con leggera modifica); serialismo (traslazione, e anche riflessione, di un pattern melodico/armonico);
- trasposizione (traslazione di una grande sezione musicale a un altro grado).

Anche le ampie strutture musicali tradizionali si servono della traslazione. In tutte le seguenti forme musicali, ogni lettera rappresenta un'intera sezione di un movimento o dell'intera opera. La sua reiterazione occupa una parte sostanziale di quella sezione. Nel loro insieme, le lettere delineano l'intero disegno formale:

- Forma ternaria: A B A;
- Rondò: A B A C A o A B A C A B A;
- Allegro di sonata: A (A); sviluppo del materiale da A; A.

Infine, i movimenti di un'opera di grandi dimensioni possono essere collegati con la traslazione (e talvolta la riflessione) per aiutare a unificare e bilanciare il tutto. Molte sinfonie del diciannovesimo secolo sono chiamate cicliche per questo motivo. L'*Offerta Musicale* di Bach è simmetrica a questo livello più ampio, così come a molti altri, vedi figura 30.

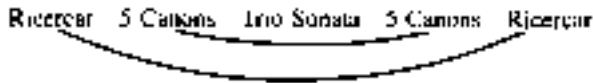


Fig. 30

Riflessione

La riflessione in musica si esplica in due modi. Il più comune è quello che può esser definito riflessione orizzontale, esemplificato dall'inizio dell'*Invenzione a due voci* n.6 in Mi maggiore di Bach (figura 31). In questo esempio, la linea ascendente *a* è riflessa mezza battuta dopo dalla linea discendente *b*. La natura monotona e subito prevedibile di questo frammento è quindi bilanciata dal drammatico cambiamento strutturale e ritmico in *c*. L'intero gesto viene quindi ripetuto in *d*, ma i ruoli di ogni mano sono invertiti esattamente. È superfluo evidenziare come l'intero pezzo sia un'esplorazione di queste proprietà simmetriche.



Fig. 31 Inizio dell'*Invenzione* n.6 in Mi maggiore di Bach.

Un meraviglioso esempio di riflessione che subisce una certa trasformazione nello svolgimento si trova nella *Rapsodia su un tema di Paganini* di Rachmaninoff. La forma del lavoro è generata dalla traslazione, con vari gradi di alterazione, del tema veloce di apertura mostrato nella figura 32 (a).

Più avanti nel brano, un tema romantico per antonomasia costituisce la base per una sezione lenta e contrastante. Sembra “giusto” ma è così contrastante per quanto riguarda tempo, tonalità e articolazione che un ascoltatore può non esser conscio del fatto che l'equilibrio raggiunto sia creato da una riflessione delle note del tema originale, come dimostrato nella figura 32 (b).



Fig. 32 *Rapsodia su un tema di Paganini* di Rachmaninoff. (a) inizio, tema veloce; (b) sezione centrale, tema lento. (©1973 Belwin-Mills Publishing Co., utilizzo autorizzato).

L'altro tipo di riflessione, qui indicato come verticale, sembra efficace nella partitura e offre sicuramente proprietà simmetriche convincenti. Tuttavia, poiché la musica viene ascoltata “da sinistra a destra”, per così dire, e non dal centro verso l'esterno, questo tipo di riflessione è più difficile da percepire se non su piccola scala, come nelle prime due frasi di *I got Rhythm* di George Gershwin.

Su una scala più ampia, la riflessione è più spesso “percepita” che udita chiaramente e delinea una forma “ad arco”. I palindromi si trovano nella musica che non contiene progressioni armoniche convenzionali (e che quindi non ha i problemi dati dal “riflettere” la progressione), come quella di Webern e Hindemith nel nostro secolo. Uno dei migliori esempi di riflessione verticale si trova in un'opera di Machaut (1300 circa), come suggerito nel suo titolo: *La mia fine è il mio inizio*.

Mentre la riflessione verticale letterale non è comune, l'idea di equilibrio attraverso il principio “ciò che sale deve scendere” ha fornito le basi estetiche della melodia in tutta la storia della musica occidentale. L'inizio dell'*Invenzione a due voci* n.8 in Fa maggiore di Bach lo illustra chiaramente (figura 33). Nonostante le apparenti differenze tra ascesa e discesa, l'impulso metrico alla base della musica enfatizza le note cerchiato in modo che la simmetria sia chiara. Inoltre, l'ascesa brusca e ripida è “bilanciata” dalla discesa più rapida ma più graduale. Nell'esempio è mostrata la parte della mano

La simmetria e il suo rapporto di “amore-odio” con la musica

destra; quando inizia la discesa, la mano sinistra entra con una linea ascendente per bilanciare questa discesa.



Fig. 33 Inizio (parte per la mano destra) dell'*Invenzione* di Bach n.8 in Fa maggiore.

Rotazione

La notazione musicale convenzionale suggerisce solo un tipo di rotazione udibile come tale, mostrato in figura 34.

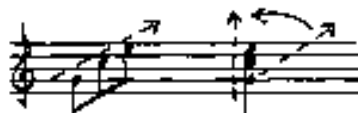


Fig. 34

La relazione tra il gesto melodico (note che suonano una alla volta) a sinistra e il corrispondente gesto armonico (accordo composto dalle stesse note) a destra è stata sfruttata, ovviamente, in tutti gli stili musicali. Le possibilità di rotazione diventano ancora più evidenti quando ci allontaniamo dalla notazione convenzionale e disponiamo le stesse note sulla carta in modo circolare, vedi figura 35.



Fig. 35

In questo modo si realizzano le rotazioni alla base di molta musica arpeggiata (proiezione lineare di accordi), come dimostrato all'inizio del terzo movimento della *Sonata "Al Chiaro di Luna"* op.27 n.2 di Beethoven (figura 36).

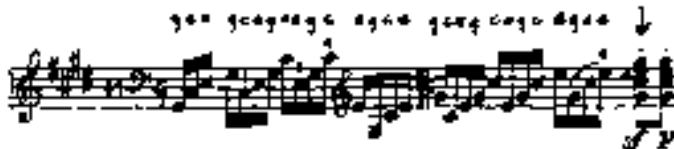


Fig. 36 Inizio (parte per la mano destra) della *Sonata "Al chiaro di luna"*, op.27 n.2 di Beethoven, terzo movimento.

Sebbene la notazione richieda una distribuzione lineare, il confronto tra l'ordine delle note da sinistra a destra con il cerchio sopra (figura 34) rivelerà il modo in cui si realizza la rotazione in questo passaggio. (I "diesis" in figura sono omessi per chiarezza). Inoltre gli accordi finali (sotto la freccia) sono una somma rotazionale delle note dell'arpeggio precedente, ed esprimono la relazione rotazionale mostrata nella figura 35.

Simmetria creata, simmetria negata: amore-odio

Ciò che separa la musica da molte altre arti è il fatto che essa si esprima "nel tempo". È in gran parte a causa di ciò che un'aspettativa di forma o una simmetria può essere creata nella musica, ma non "soddisfatta". A causa probabilmente dell'influenza della *Gestalt*, la maggior parte dei lettori descriverà il disegno in figura 37 come una traslazione parziale, ma senza simmetria di riflessione complessiva a causa della forma unica a destra.

Tuttavia, ora il lettore dovrebbe posizionare un pezzo di carta su questo esempio e rimuoverlo facendo scorrere lentamente la carta

verso destra. In questo modo, l'esempio si sviluppa gradualmente “nel tempo”, come avviene in una struttura musicale. Durante la performance, lo spettatore/ascoltatore è esposto a nuovi eventi, ma cerca di metterli in relazione e integrarli con eventi precedenti, formando contemporaneamente previsioni su eventi futuri. Una buona composizione consentirà che questo accada facilmente in una certa misura, in modo che le alterazioni drammatiche abbiano l'impatto desiderato. Queste variazioni non saranno percepite come un semplice contributo all'asimmetria, ma più precisamente come una negazione del soddisfacimento delle aspettative di simmetria.



Fig. 37

Per avvicinarsi ancora di più all'esperienza dell'ascolto, il lettore dovrebbe avere un altro pezzo di carta immediatamente dopo il primo, per dimostrare che la comprensione di un'arte temporale dipende anche dalle risorse precarie della memoria umana. Il compositore deve lavorare sodo per infondere nell'ascoltatore alcune immagini uditive, ma una volta assimilate, un intero movimento può essere “richiamato” da un singolo frammento o frase. La simmetria *percepita* nella musica, quindi, può essere radicalmente diversa dalla quantità di tempo effettivamente dedicata a ciascun evento. Il fatto che la maggior parte dei climax avvenga a circa due terzi del percorso (spesso vicino alla “sezione aurea”) potrebbe riguardare non una scelta di asimmetria, ma la capacità della memoria umana di ricordare un'idea a partire da un frammento.³⁴ Un compositore deve regolare gli eventi in modo che la salita sulla montagna richieda più tempo (e sia solitamente più ardua) della corsa dall'altra parte, anche se, quando raggiunge la base, l'“escursionista” percepisce la montagna stessa come sostanzialmente simmetrica.

³⁴N.d.T. Frase rielaborata a partire da commenti dell'autore.

D. Wilson

Tenendo presenti questi concetti, si esamineranno ora l'aspettativa di simmetria e la sua negazione in vari contesti.

Simmetria negata attraverso l'estensione di frase

Si inizi questa parte dell'articolo con "Auf Einer Burg" di Robert Schumann, da *Liederkreis*, op.39 (figura 38). Il testo di Eichendorff è composto da quattro strofe, ciascuna di quattro versi in tetrametro trocaico (traduzione [dal tedesco] all'inglese di Sir Robert Randolph Garran):

In un castello

Addormentato nell'antica torre,
Lassù sta il vecchio cavaliere,
Sopra scorrono molti rovesci di pioggia,
E il bosco stormisce attraverso il cancello.

Ha barba e capelli incolti,
E il petto e il collare di pietra;
Siede da molti secoli
Lassù nell'eremo silenzioso.

Fuori è silenzio e pace,
Tutti sono scesi a valle;
Gli uccelli della foresta cantano solitari
Fra gli archi delle rovine.

Laggiù passa un corteo nuziale,
Sul Reno al Sole,
I musicisti suonano allegri,
E la bella sposa piange.

Auf Einer Burg

Eingeschlafen auf der Lauer
Oben ist der alte Ritter,
drüben gehen Regenschauer
und der Walt rauscht durch das Gitter.

Eingewachsen Bart und Haare
und versteinert Brust und Krause,
sitzt er viele hundert Jahre
oben in der stillen Klausen.

Draussen ist es still und friedlich,
alle sind in's Thal gezogen,
Waldesvögel einsam singen
in den leeren Fensterbogen.

Eine Hochzeit fährt da unten
auf dem Rhein im Sonnenschein,
Musikanten spielen munter,
und die schöne Braut, die weinet.

Schumann sostanzialmente aderisce a questa struttura nella sua semplice impostazione popolare. La frase *a* è equilibrata in se stessa

in quanto la sua seconda metà è essenzialmente una riflessione orizzontale della prima, ma più acuta per creare una leggera tensione. La frase *a'* è costruita in modo simile, ma la sua riflessione interna ha un tono più basso, facendo diminuire così la tensione. Insieme, le due frasi rafforzano il metro regolare e il fraseggio (4 + 4 misure nella partitura) del primo verso del testo.

Fig. 38 Linea melodica de “Auf Einer Burg” di Schumann. [Traduzione del testo nella figura: (E’ mostrata in alto la disposizione delle strofe 1 e 2; la disposizione delle strofe 3 e 4 è melodicamente identica).]

L'impostazione del secondo verso si basa su diverse simmetrie per quanto riguarda la sua costruzione, ma per l'effetto [si basa] sulle aspettative di simmetria degli ascoltatori (fondate sulla loro esperienza con l'impostazione del primo verso). La frase *b* mantiene il metro e il fraseggio previsti, ma è data da uno schema traslato anziché riflesso (costruito con sezioni elise della frase *a*). Questa traslazione verso l'alto genera così tanta energia che continua nella frase *b'*, indebolendo così la struttura 4 + 4, e suggerendo un'unità di 6 misure. Per provare a bilanciare questa salita, una discesa tortuosa (e straziante)³⁵ di 4 misure completa la sezione, richiedendo un'estensione di 2 misure *oltre* le 2 "richieste" per soddisfare il senso di proporzione di 8 misure.

Inoltre, quella sezione estesa, sebbene basata sul principio di discesa suggerito alla fine di entrambe le frasi *a*, non scende mai abbastanza in basso (né certe note "risolvono mai"³⁶ come dovrebbero secondo i principi tonali del tempo di Schumann) per dissipare la tensione o bilanciare il brano in generale.

Stabilendo una prevedibilità simmetrica e poi negando gradualmente il suo adempimento, il compositore ha rafforzato strutturalmente il dolore della solitudine del vecchio cavaliere (fine della seconda strofa) e l'ironia del pianto della sposa in mezzo alla gioia (fine della quarta strofa, non mostrato in figura 38, ma ugualmente presente alla fine), anche se l'unione di 6 misure e l'estensione finale non sono suggeriti dal metro del testo.

Negazione della simmetria attraverso troncamento

Contrariamente all'estensione come è stata creata negli esempi precedenti, la simmetria può [anche] essere negata attraverso il troncamento o l'accorciamento della sezione finale. L'"asimmetria" di

³⁵N.d.T. In inglese "tortuous (and torturous)".

³⁶Intelligentemente, i pitch risolvono fin dall'inizio con il brano successivo nel ciclo, ma questo difficilmente fornisce una spiegazione.

“Die Nebensonnen” (“I Soli Fantasma”)³⁷ da *Winterreise* riflette la struttura del verso del testo, vedi figura 39.

Il primo verso descrive la relazione fisica tra il cantante e i Soli, mentre il secondo verso riguarda il rifiuto [da parte dei Soli]. Il terzo verso è un'estensione del secondo, tuttavia afferma la cupa preferenza [dell'oscurità (dunque senza nessun Sole)] del poeta in due sole righe (come se discuterne ulteriormente fosse doloroso), rendendo il lettore sbilanciato.

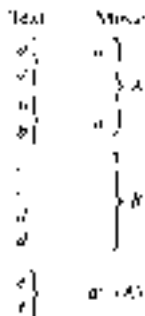


Fig. 39

Schubert imposta il primo verso come due frasi melodicamente identiche di quattro misure (anche se l'armonia è diversa nella seconda) con forme semplici, quasi “cantate” (*A* nella musica di figura 40). Il secondo verso è impostato in modo da rafforzare il cambiamento di umore del testo: con più linee disgiunte, in un modo minore cangiante e più in alto nell'estensione del cantante per una maggiore intensità. Ma anche in questo caso si tratta di due frasi di 4 misure ciascuna (*B* nella musica).

L'ultimo verso, più breve, è impostato nello stesso modo della prima metà del primo verso (*a*), ma la traslazione completa di *A* non è imminente. Né il breve ritorno del materiale di apertura è sufficiente per bilanciare comodamente l'intensa sezione *B*. Attraverso

³⁷N.d.T. “Soli” nel senso di stelle.

il ritorno al materiale *A* e la necessità di bilanciare la sezione *B*, la musica crea aspettative per la simmetria oltre lo schema metrico e in rima del testo stesso. Il dolore del tradimento e della solitudine, e lo stato instabile della persona durante il viaggio d'inverno, sono espressi attraverso la struttura del testo e la negazione della simmetria formale su larga scala nella musica.

The image shows a musical score for the vocal line of "Nebensonnen" by Schubert. The score is written on a grand staff with a vocal line and piano accompaniment. It is divided into sections labeled A, B, and C. Section A is the first line, B is the second line, and C is the third line. The lyrics are in German and are written below the vocal line.

A
 Und nun, wie ich an dem ersten Tag
 In der Höhe die Sonne sah
 Und sie mir so freundlich an
 Und sie mir so freundlich an
 Und sie mir so freundlich an

B
 Und sie mir so freundlich an
 Und sie mir so freundlich an
 Und sie mir so freundlich an
 Und sie mir so freundlich an
 Und sie mir so freundlich an

C
 Und sie mir so freundlich an
 Und sie mir so freundlich an
 Und sie mir so freundlich an
 Und sie mir so freundlich an
 Und sie mir so freundlich an

Fig. 40 Linea vocale di "Nebensonnen" di Schubert.

Negazione della simmetria attraverso lo squilibrio

“The Man I Love”, di George e Ira Gershwin, ha sempre colpito chi scrive per essere uno dei canti d’amore più tristi mai scritti. Il testo descrive l’attesa dell’amore e, preso alla lettera, è pieno di ottimismo. È la struttura musicale — in particolare il rapporto tra la forma complessiva e quella interna della canzone — che infonde al testo il senso del dolore e della futilità dell’attesa.

La sezione *A* della musica (figura 41) viene ripetuta quasi esattamente (*A'*), con entrambe le sezioni che includono tre frasi quasi traslazionali di 2 misure ciascuna (1, 2 e 3 nella musica). Ognuna di queste frasi ha una forma “tesa” verso l’alto, quindi verso l’ottimismo. Ma prese insieme come una sezione completa in sé, c’è una spinta verso il basso sulle frasi, come mostrato dalle linee tratteggiate sopra la musica. In quasi tutti gli arrangiamenti di questa canzone, questa spinta verso il basso è rafforzata da una linea discendente (non mostrata), solitamente suonata da uno strumento.

Inizialmente la sezione *B* si stacca da questo modello cupo, con un’impennata drammatica fino al tono più alto mai ascoltato, ma presto scende in un modo simile alla sezione *A*. Lo stesso tentativo viene ripetuto (traslazione, iniziando da *b'*), ma diminuisce ulteriormente.

E così torniamo al materiale di apertura (in *A'* nella musica) con la sua potente discesa. Il finale (tornando al tono più alto) è un debole tentativo di bilanciare tutta la discesa precedente.

Come illustrato dai segni sopra la musica, non c’è dubbio che, in questa canzone, siano presenti simmetria ed equilibrio. I salti ascendenti nella sezione *B* sono un gradito sollievo dalle figure strette e provocanti nelle sezioni *A*. Tuttavia, in ogni sezione c’è una discesa importante che nega l’equilibrio generale, crea un certo pathos e, ironia della sorte, conferisce un tono disperato al testo.

He's the one who's true, who makes me blue; And he's the one who's strong, who can't be hurt.
And when I'm with him, I'm in my heaven; And when I'm with him, I'm in my heaven.
And he's the one who's true, who makes me blue; And he's the one who's strong, who can't be hurt.
And when I'm with him, I'm in my heaven; And when I'm with him, I'm in my heaven.
And he's the one who's true, who makes me blue; And he's the one who's strong, who can't be hurt.
And when I'm with him, I'm in my heaven; And when I'm with him, I'm in my heaven.
And he's the one who's true, who makes me blue; And he's the one who's strong, who can't be hurt.
And when I'm with him, I'm in my heaven; And when I'm with him, I'm in my heaven.

Fig. 41 Linea vocale di “The Man I Love” di Gershwin. (©Warner Bros. Music, utilizzo autorizzato).

Simmetria e sua negazione su differenti livelli strutturali

“Dirge”, un movimento della *Serenata per tenore, corno e archi* op.31 di Benjamin Britten, è un affascinante esempio di forma simmetrica su larga scala, generata dalla giustapposizione asimmetrica di strutture su piccola scala che sono esse stesse organizzate in termini di simmetria. Dopo questa affermazione che può apparire contorta, iniziamo con uno studio delle strutture su piccola scala e poi consideriamo la forma nel suo complesso.

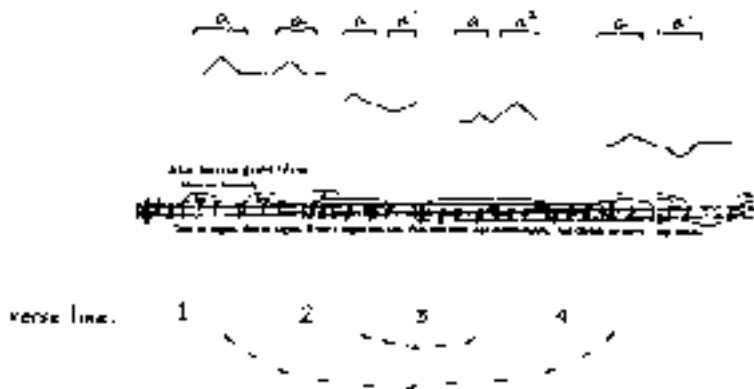


Fig. 42 Linea vocale, verso di apertura di “Dirge” di Britten. (©1944 Hawkes and Son Ltd., utilizzo autorizzato da Boosey and Hawkes, Inc.)

Forse l’aspetto più insolito di questo movimento è che si tratta di una passacaglia: il cantante ripete la stessa identica melodia nove volte per esprimere i nove versi del XV secolo (testo anonimo). L’effetto risultante è una sorta di canto religioso, che chiarisce l’inevitabilità simmetrica della successione dei verdetti³⁸ che iniziano con il Giudizio “Notte”. La stessa melodia (figura 43) è modellata

³⁸N.d.T. In inglese “death trials”; si tratta dell’assegnazione di un posto nell’Aldilà a una persona dopo l’altra (“inevitabilità simmetrica”).

attraverso una traslazione, mentre allo stesso tempo suggerisce alcune fasi della discesa dalla vita a Whinnymuir, Brig o ‘Dread e infine al Purgatorio.

Preso da solo, ogni verso dimostra un chiaro schema di rima a quattro. Britten inizia il brano in linea con il metro del testo, come mostrato in “a” in figura 42, ma poi imposta la seconda riga del verso in modo che sia cantata due volte più velocemente della prima. Questo si ripete anche per il terzo verso (collegando così le linee 2 e 3 uditive giustapposte allo schema di rima “abab” del testo). L’impostazione della quarta riga è collegata all’impostazione della seconda riga in termini di rima e contorno, ma all’impostazione della prima riga nell’intonazione e alla sua durata più lunga delle note. L’intera lunghezza del verso è quindi di sei misure. Naturalmente, poiché l’intero frammento viene cantato nove volte, conferisce all’opera nel suo insieme un senso di simmetria e di inquieta stasi.

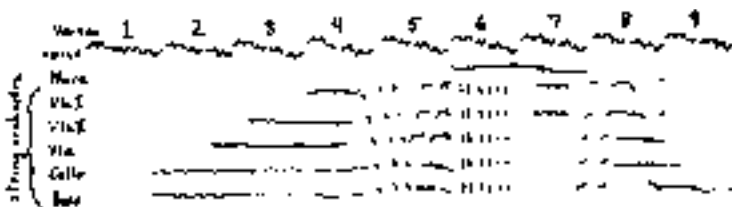


Fig. 43 Schema: “Dirge” di Britten.

A sostenere, colorare e interpretare questa linea vocale in primo piano è l’orchestra, il cui ruolo è rappresentato schematicamente nell’esempio 43. Come mostrato nell’esempio, le sezioni degli archi entrano una a una in un canone ascendente — traslazione letterale da una riga alla successiva, ogni volta a un livello di tonalità più alto. Una certa prevedibilità emerge ed è rafforzata quando si verificano ingressi successivi all’interno del canone, ma ha poco a che fare con la struttura della frase della linea vocale. Ciò vale anche per i gesti imitativi che accompagnano il quinto verso, tranne per il fatto che

l'ascesa generale si intensifica man mano che gli ingressi canonici si avvicinano (vedi figura 43).

Infine, con l'ingresso nel Purgatorio dichiarato nel sesto verso, il climax orchestrale viene raggiunto dall'entrata del corno (a imitazione canonica con gli archi) mentre gli archi eseguono figurazioni simili per la prima volta nel movimento. Ma il climax è di breve durata e con il settimo verso inizia un progressivo assottigliamento e una relativa quiete nonostante il persistente “fuoco” degli archi.

La forma su larga scala dell'opera, quindi, fornisce l'equilibrio di un arco con il punto più alto corrispondente approssimativamente a quello della sezione aurea. Come discusso in precedenza, la simmetria si trova sia nella linea vocale che nell'accompagnamento orchestrale, tuttavia l'ansia associata ai passi del Purgatorio è sottolineata dalla mancanza di confluenza di quegli elementi, [la linea vocale e l'accompagnamento orchestrale], mentre l'orrore è creato dall'inevitabilità della spinta su larga scala dell'orchestra giustapposta al canto ripetitivo.

Amore-odio, perché?

Nel saggio si è discussa la necessità umana di eventi simmetrici nella musica, ma la necessità di negare la simmetria, indipendentemente dal fatto che venga raggiunto un nuovo senso delle proporzioni, è un elemento perfino più interessante. Come scrisse T. S. Eliot (1965): “È questo contrasto tra fissità e flusso, questa evasione non percepita dalla monotonia, che è la vita stessa del verso”.

Il fatto che la musica nel *mainstream* dello sviluppo occidentale nel millennio passato si basi molto più drammaticamente sull'affermazione/negazione di tali schemi di quanto non avvenga in molte altre culture, può riflettere la nostra tradizionale spinta a distaccarci dalla norma, a progredire? Oppure si tratta della simmetria aspettativa-negazione, che è un'espressione del [dilemma] occidentale sul senso di sé “a immagine di Dio”, [perfetto e simmetrico], ma incapace di perfezione nella vita o nell'arte, [imperfetta e asimmetri-

ca]?³⁹ È il disagio/piacere che proviamo nell'esperienza dell'ironia un'emozione o un'espressione più grande?

Tuttavia, dato il fatto che la ripetizione palese sta diventando un pilastro della musica di molti [autori], alcuni compositori contemporanei potrebbero rilevare una variazione nella nostra percezione del valore e della necessità di un cambiamento nel contesto dell'accettazione e dell'apprezzamento di rituale e tradizione.⁴⁰ Questa "nuova" estetica suggerisce anche che stiamo diventando sempre più soddisfatti della condizione umana e delle possibilità dello spirito umano, o è semplicemente una fase dell'esorcismo che ci spingerà a cercare il cambiamento, a negare la simmetria nelle nostre vite — e le nostre arti riflessive⁴¹ — in futuro?

³⁹N.d.T. Chiarimento fornito dall'autore: l'uomo è fatto a immagine di Dio ma incapace di perfezione. Creando un'aspettativa di simmetria (perfezione) ma negandola (imperfezione), l'opera medita sul dilemma umano.

⁴⁰Questo è vero, ad esempio, nella musica di Philip Glass e Steve Reich — due compositori contemporanei molto popolari della cosiddetta "musica d'arte". Questo è pure vero, naturalmente, per una buona porzione della musica "popolare" attuale.

⁴¹N.d.T. Chiarimento fornito dall'autore: arti che riflettono la condizione umana.

Parte II

Prospettive matematiche e fisiche

La visualizzazione della musica: simmetria e asimmetria

ROBERTO DONNINI

Articolo originale: "The Visualization of Music: Symmetry and Asymmetry." Computer and Mathematics with Applications, 12B (1/2), 1986, pp. 435-463.

Abstract. In questo contributo, l'autore spiega le differenze fra la musica e le sue visualizzazioni (nella partitura), e, attraverso vari esempi, la relazione fra risultato sonoro e partitura. Allo stesso tempo, egli cerca di mostrare tutti i possibili concetti di simmetria (e asimmetria) che esistono all'interno di tale relazione e nei segni grafici di certe partiture. Non si formula una nuova definizione di simmetria, ma piuttosto si fornisce una nuova maniera di concepirla.

Prima di essere suonata, la musica è sempre *qualcos'altro*. Cioè, prima che la musica esista come esperienza uditiva,⁴² essa esiste come idea o piano nella mente del compositore.

L'evento della musica a un livello profondo non è mai soltanto musica ma sempre *qualcos'altro*: ecco perché se ne può parlare. Questo *qualcos'altro* può essere la partitura, ossia la sua visualizzazione.

Non possiamo discutere della musica soltanto riferendoci all'impressione o allo stato d'animo che essa genera. Se lo facciamo, le nostre informazioni rimangono puramente soggettive, e devono cambiare ogni volta che l'ascoltatore cambia. Fenomenologicamente, la musica è soltanto l'esecuzione dello spartito. L'ascoltatore percepisce l'inizio di una sensazione di risonanza: ma se, allo stesso tempo, guarda la partitura, una nuova sensazione, formale e visiva, si aggiunge alla prima. La persona che, invece, vede la partitura senza ascoltare la musica, ha soltanto una sensazione visiva: in questo specifico momento egli *vede* la musica in un modo diverso, attraverso *qualcos'altro*, che può essere definito come l'immagine speculare della musica stessa.

La musica esiste soltanto in relazione a uno spartito e a uno strumento musicale. Lo spartito e lo strumento sono correlati, e ciascuno è connesso alla musica eseguita. Tali relazioni possono essere viste come simmetriche. Seguire una partitura e dire che la scrittura musicale è interessante significa che gli elementi formali dei segni grafici che costituiscono lo spartito stanno in una relazione appropriata con ciò che essi rappresentano. Se i segni sono ben proporzionati e ben bilanciati, e se una sorta di concordanza fra le varie parti è presente, per mezzo della quale essi sono integrati in un tutto (H. Weyl), coloro i quali seguono la partitura ne avranno una buona impressione.

L'ascoltatore può soltanto immaginare il suono scritto o disegnato in una partitura: quando l'aria è mossa dalle onde prodotte da uno strumento, l'orecchio è toccato da quelle onde come il suono vero e proprio è raffigurato dallo spartito musicale. La partitura rappre-

⁴²N.d.T. Anche come esperienza visiva della partitura, nei casi in cui ve ne sia una.

senta la musica attraverso una copia riflessa: fra il suono e la sua visualizzazione, vi è la stessa relazione fra un'aquila e la sua preda, entrambi aventi un ruolo che può essere definito come complementare e simmetrico.

Non tutta la musica ha una partitura. La partitura può essere sostituita da un piano che l'esecutore ha chiaro in mente. In questo caso l'interprete diventa il compositore. La musica folk generalmente non ha spartiti: coloro che suonano o ascoltano un pezzo di musica folk hanno familiarità con i motivi musicali. Nella musica folk la sensazione proviene dall'esperienza di ascolto continuativo.⁴³ In generale, tutti i brani di musica folk sono eseguiti (e cioè, composti) allo stesso modo. Eccezion fatta per piccole variazioni, la struttura è sempre la seguente:

- (i) una breve introduzione o *ritornello*;
- (A) la prima *stanza* con un certo tipo di musica;
- (B) la seconda *stanza* con un altro tipo di musica;
- (r) un intervallo⁴⁴ (spesso uno sviluppo di (i) o del ritornello),

e così via.

La sequenza risultante (i)(A)(B)(r), (A)(B)(r), (A)(B) etc. è di solito nota al pubblico. Gli elementi ripetuti creano un ritmo che mostra la concordanza fra parti diverse. Nel linguaggio quotidiano, quando tutti questi elementi sono ben proporzionati e ben bilanciati, si avverte qualcosa di simmetrico.

La simmetria è un pattern formale e strutturale trovato in un infinito numero di cose viventi e non, ed è fondamentale per il pensiero umano. Vi sono diversi tipi di simmetria, ma essi possono essere ridotti in generale a quattro tipi: simmetria bilaterale, simmetria spaziale, simmetria di movimento (rotazionale e traslazionale) e simmetria del colore.

⁴³Per esempio la musica Rock è simmetrica nel beat generalmente nel tempo 4/4. La musica Rock è la musica folk della nostra civiltà occidentale negli ultimi trent'anni. Essa non ha partiture.

⁴⁴N.d.T. Nel senso di breve intermezzo.

In musica si ritrovano tutti questi tipi di simmetria, ma vi è una certa controversia su di essi, sebbene, come possiamo vedere più avanti, possiamo trovare numerosi esempi di ciascuno. Non è difficile trovare elementi di partiture che mostrino una simmetria bilaterale e una simmetria di movimento. Ma in musica non possiamo limitare il concetto di simmetria al senso di buona proporzione e di concordanza delle parti ben equilibrata. I movimenti artistici degli ultimi settant'anni hanno messo in discussione tutte le regole estetiche tradizionali, e quindi non possiamo più dire, con H. Weyl, che “La bellezza è legata alla simmetria” (Weyl, 1975; Agazzi, 1973, 1970; Rigault, 1979). Le regole estetiche stabilite non indicano più cosa costituisca bellezza. Spesso, in musica, ciò che fornisce l'impulso verso la scoperta del *nuovo* è il rifiuto delle regole della simmetria. L'ordine simmetrico raggiunto attraverso la costruzione razionale di un'idea è costretto a intraprendere una *deviazione* con conseguente *differenza* la quale causa la prima asimmetria (Deleuze, 1968; Levinas, 1979): da quel momento in poi la *deviazione* compie avanzamenti verso l'asimmetria e così via, in modo da produrre, alla fine, un nuovo ordine simmetrico. L'ispirazione formale del compositore bilancia la *deviazione* e le *differenze* rispetto all'idea generale e al progetto.

Bach intreccia costantemente più simmetrie, scopre e focalizza la sua attenzione su molte possibili asimmetrie formali. In questo processo diventano così numerose da diventare gradualmente il contrario del rispetto al primo pattern simmetrico, e possono esserne l'immagine speculare.

Un esempio elegante di questo processo è rappresentato in musica dalle Fughe di Johann Sebastian Bach. Il principio di imitazione insito nella fuga le conferisce simmetria in un modo molto creativo e flessibile.

La cellula iniziale della fuga è un'idea tematica chiamata *soggetto*, che è annunciato da solo in una voce. Immediatamente segue la risposta da parte di un'altra voce, con una lieve modifica (la *differenza*). Pitch e forme sono leggermente alterati in modo che possano essere definiti come circolari, e le cellule che seguono si ripetono

ciascuna a turno. Bach organizza la fuga inventando, ripetendo, spezzando e continuamente recuperando le cellule all'interno di ciascuna battuta: tutto ciò è compiuto sul filo del rasoio, e l'ispirazione regola il processo in modo così completo che tutto diventa parte di una grande e unica idea e di un progetto.

La fuga era una forma vitale di simmetria teorica durante il periodo Barocco (1600-1750). Ma nel lungo termine essa non poté resistere e venire incontro alle richieste in continua evoluzione della mutevole ispirazione musicale; essa divenne addirittura un limite.



Fig. 44 Bach, *Toccata e Fuga in Re minore*.

Nella storia delle azioni umane la scoperta dell'eccezione alla regola ha sempre fornito un impulso per la formulazione del *nuovo*: “La libertà è il negativo” (Hegel).

Arnold Schoenberg, il più rivoluzionario compositore degli ultimi settant'anni, studiando le regole dell'armonia tonale ha trovato una nuova armonia. Egli ha inventato un'altra struttura formale con una sua propria simmetria. Al confronto con la regola classica principale (tonalità), la nuova regola inventata da Schoenberg (atonalità)⁴⁵ è apparsa come sottosopra, asimmetrica, un errore... ma gli errori spesso meritano il posto d'onore poiché essi spingono semplici equa-

⁴⁵N.d.T. Più precisamente, si tratta della dodecafonia, metodo compositivo sviluppato in ambito post-tonale.

zioni verso frazioni la cui somma non è mai 1, e il loro movimento non si ferma.

Le battute 25 e 40 della *Toccatà e Fuga in Re minore* di Bach sono interessanti esempi di simmetria in musica (figura 44).⁴⁶ Tutte le cellule sono formate da tre note: quella centrale è più acuta delle altre due. La connessione fra le note nel rigo musicale attraverso una linea risulta, dunque, in forma conica con punta rivolta verso l'alto, vedi figura 44.



Fig. 45

La figura geometrica che osserviamo è il primo pattern simmetrico della composizione identificato come bilaterale. Le cellule sono ripetute con una variazione consistente nel cambio di un tono. Questo indica il secondo pattern di simmetria come un chiaro esempio di traslazione. Ma in questa fuga di Bach vi è un'altra e più ampia simmetria e questa, ancora, è traslazionale: la progressione delle battute e le loro forme sono simili l'una all'altra. Nella battuta 40 (figura 45), d'altro canto, le cellule sono formate da quattro note che costituiscono due linee, vedi figura 46.



Fig. 46

Questi punti sono alternatamente rivolti verso l'alto o verso il basso (figura 45). Anche qui, una singola nota connessa attraverso

⁴⁶Se non chiaramente menzionato, tutti gli esempi musicali di questo articolo sono stati trascritti da me.

la progressione delle battute è rappresentata da una linea a zig-zag. Oltre ad essere traslazionale, la simmetria è rotazionale.

Troviamo un altro esempio di simmetria nelle prossime due battute (10 e 11) del primo *Preludio* dal *Clavicembalo ben temperato* di Bach (figura 47). Fra il primo e il secondo gruppo di note (nella battuta 10) la sola variazione è la chiave di Sol, dove il Fa \sharp diventa Fa [naturale]. Nella battuta 11, il secondo gruppo è uguale al primo. Le differenze nelle battute 10 e 11 consistono soltanto nel movimento verso l'alto o verso il basso di alcune note: la pulsazione rimane la stessa. Se eseguite separatamente, le due battute possono differire nel suono, ma la sequenza dei percorsi di ciascuna cella presentata dall'intera composizione produce una composizione ben proporzionata e ben equilibrata.



Fig. 47 Bach, "Preludio" dal *Clavicembalo ben temperato*.

La simmetria bilaterale controlla l'intera fuga. Tutti i gruppi di note in ciascuna battuta, infatti, sono sempre i medesimi e sono ripetuti in questo modo: $(2 + 4) + (2 + 4)$ (semicrome) e $(1 + 1 + 1) + (1 + 1 + 1)$ (minima + croma + semiminima).

Anche Ludwig van Beethoven si è cimentato nella fuga. Ma i suoi contemporanei dissero che egli non era in grado di comporre una fuga senza errori. Per esempio, nelle *Sonate per pianoforte* op.110 e nel *Quartetto d'archi* op.113, dove egli adotta lo schema della fuga, il risultato formale e sonoro differisce da quello di una tipica fuga. Beethoven, deviando dalle rigide regole della fuga, era in grado di scrivere musica più congeniale al suo tempo. Allo stesso modo, ha dato nuova linfa alla fuga.

Un altro esempio speciale di simmetria è la *Passione secondo Matteo* di Bach.

Un passaggio per recitativo e coro è costituito da tre righe musicali: la chiave di Fa mantiene una nota costantemente ripetuta con un ritmo monotono e martellato (figura 48). Nella chiave di Sol, tuttavia, la musica ha una certa mobilità che contrasta con la monotonia del basso ostinato. Fra il ritmo statico del basso e il movimento delle altre voci vi è un'attrazione continua: il basso fornisce una ripetizione simmetrica, mentre le altre voci, in moto fluttuante, offrono un chiaro pattern asimmetrico. Questa *differenza* è spiegata attraverso la sofferenza di Gesù, cioè, la torsione e il movimento del corpo trafitto sulla croce. Abbiamo qui un particolare caso di simmetria bilaterale. Quando l'immagine sulla destra è esattamente identica all'immagine sulla sinistra, e il processo continua su entrambi i lati, inizia un moto e segue una ripetizione.



Fig. 48 Bach, *Passione secondo Matteo*.

Ripetizione significa esatta riproduzione della stessa cosa, ma qualche volta incontriamo motivi che si somigliano, ma che non si ripetono in modo monotono l'uno con l'altro; delle *differenze* sono quindi presenti nell'intera sequenza: questo contrasto ci permette di focalizzarci sull'uno o sull'altro degli elementi ripetuti. La scelta del focus nel pezzo di Bach è resa possibile dal contrasto fra il basso e le altre voci: la prima (chiave di Fa) fornisce la simmetria regolare, l'ultima (chiave di Sol) fornisce una somiglianza asimmetrica. La percezione è stimolata da tale contrasto ed è forzata a seguire una delle tre linee musicali date dalla partitura (l'elemento visivo) o dalla musica eseguita (l'elemento che risuona). Diversi trascrittori presentano lo stesso brano musicale in modo diverso: le loro trascr-

zioni variano in termini di presentazione visiva e spesso in termini di suono. Ferruccio Busoni, un compositore italiano del XX secolo, ha trascritto la musica di Bach — egli è vissuto in un periodo quando la musica di Bach era studiata con particolare interesse. Molti altri compositori del suo tempo, come Max Reger, Albert Schweitzer, Gustav Mahler, etc., hanno trascritto diversi brani di Bach. Lo stesso brano musicale trascritto da diversi musicisti mostra cosa significhi somigliare ma essere diverso, e differire ma essere somigliante.



Fig. 49 Bach, *Toccata e Fuga in Do maggiore*.

Possiamo confrontare la trascrizione pianistica della *Toccata e Fuga in Do maggiore* di Bach fatta da F. Busoni con le stesse battute trascritte da me personalmente. Qui, inoltre, la simmetria bilaterale e la simmetria di movimento sono presentate con ripetizioni, differenze e asimmetrie (figura 49). L'esistenza di una relazione profonda fra le immagini visive della partitura e la sensazione prodotta dal suono è un fatto reale. La relazione rappresenta una sorta di linguaggio. Un simile concetto di linguaggio era stato usato in musica nel Medio Evo, nel corso del XII secolo, durante il periodo dell'*Ars Antiqua*.

La forma musicale era l'*Organum* polifonico, una maniera di aggiungere (*Organare*) una voce al testo ufficiale della musica. Questa aggiunta era effettuata secondo un percorso simmetrico: esso era

chiamato *Organum parallelo* se scritto come in figura 50, oppure *Organum obliquo* se scritto come in figura 51.

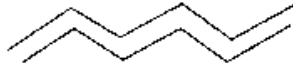


Fig. 50

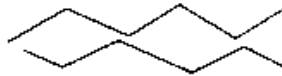


Fig. 51

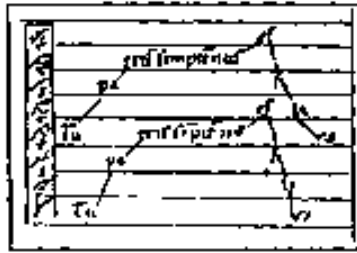


Fig. 52 Anonimo, "Tu Patris" da *Musica Enchiridis*.

I simboli rappresentano una nuova linea musicale che si muove in modo parallelo o in direzione opposta alla linea data. Diverse variazioni su questi due modi sono comuni, ma essi ritornano sempre ai motivi simmetrici citati precedentemente. Nella figura 52, la partitura neumatica di un Organum chiamato *Tu Patris* da *Musica Enchiridis* di un compositore anonimo (IX secolo), una simmetria di movimento è chiaramente mostrata. In un altro pezzo del XIII secolo, intitolato *Discendit de celis*, sono presentati sia il moto parallelo che il moto contrario (figura 53). Questa relazione simbolica in cui la ragione sostiene sia la musica sia il testo è stata abbastanza

forte come idea musicale. Per esempio, nel testo latino la parola *discendit* era accompagnata da un gruppo di note discendenti, mentre la parola *levavi* era accompagnata da un gruppo di note ascendenti. Questi sono gli esempi più comuni: una molteplicità di casi con molte sfumature si trovano in tutte le musiche dell'Ars Antiqua e spesso, più avanti, dell'Ars Nova.



Fig. 53 Anonimo, *Discendit de celis*.

I compositori sconosciuti di questi secoli hanno cercato di collegare l'immagine visiva della partitura con l'immagine sonora della musica, un processo che non è mai terminato. Negli esempi precedenti la linea mediana che divide simmetricamente il moto delle note sul rigo musicale è la quintessenza della musica. Questo metodo grafico rappresenta il linguaggio che lega il compositore, l'interprete e l'ascoltatore.

Riconosciamo un'altra connessione fra l'aspetto e il suono della musica nei compositori medievali, che hanno usato inchiostro rosso per connotare la parola "sangue", verde per "erba", nero e bianco per connotare, rispettivamente, "dolore", "gioia", "oscurità" e "luce".

Le canzoni d'amore della corte di Avignone erano scritte a forma di cuore: troviamo anche partiture circolari e spiegazioni/insegnamento inscritte nel disegno di una mano (figura 54). La rappresentazione grafica è sempre stata fondamentale per la storia della musica.

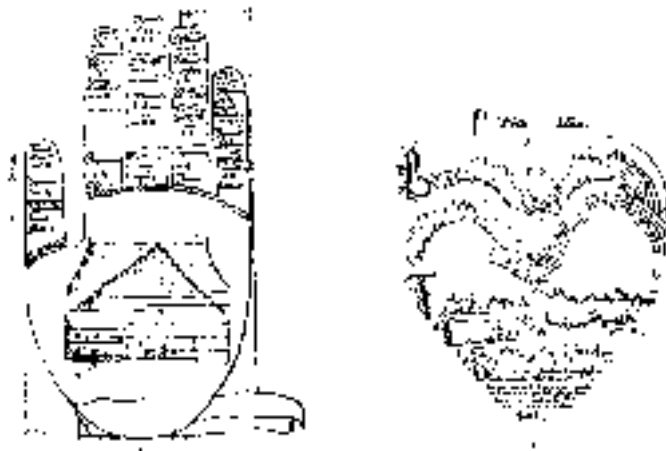


Fig. 54 (a) "Mano che insegna" diagrammatica, (b) *Canzone d'amore*.

La grafica di certe pagine della musica di Giacomo Frescobaldi è davvero interessante. Le note delle cellule che puntano verso l'alto sono connesse da linee curve e ondulate (figura 55). I gruppi alternati di note sono marcati da un asterisco. Essi mostrano un certo pattern simmetrico, ma in generale il pezzo è più asimmetrico che simmetrico. Io definisco questi punti come *spot symmetry*, che non coinvolgono né la composizione né l'idea principale o il piano del compositore.

Un caso dove la simmetria sembra essere l'idea basilare dell'intera composizione è la *Suite des pieces pour le Clavecin* (seconda suite, 1720) di George Frederick Händel (figura 56).

Entrambi i righi musicali con le chiavi di Sol e di Fa sono sviluppati seguendosi a vicenda in due modi formali. In questo pezzo,

Händel è troppo schematico e sembra essere più interessato a mostrare il virtuosismo degli esecutori che il risultato sonoro. Le due linee di costruzione (la chiave di Sol è spessa, la chiave di Fa è sottile) riflettono un forte ordine formale e un contrappunto simmetrico.



Fig. 55 G. Frescobaldi.



Fig. 56 Händel, *Suite di pezzi per il clavicembalo*.

I gruppi di note disposti in pattern simmetrici sono frequenti in certe composizioni attraverso i secoli: i seguenti estratti sono esempi presi qua e là dagli ultimi trecento anni.

La simmetria del breve passaggio di Beethoven *Variazione su un tema di Diabelli* (op.120) è troppo chiara per aver bisogno di commento (figura 57).

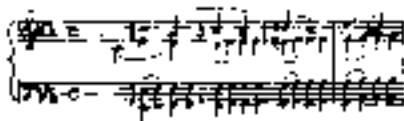


Fig. 57 Beethoven, *Variazioni su un tema di Diabelli*.

Nel successivo estratto dalla *Sonata in Sol maggiore* di Domenico Scarlatti l'elaborazione è più complicata, ma sempre notevole (figura 58).



Fig. 58 Scarlatti, *Sonata in Sol maggiore*.

Il pattern formale del breve passaggio da *Lotosblume* di Robert Schumann è molto vicino al precedente frammento di Beethoven (figura 59).

Troviamo un pattern simmetrico anche nell'estratto dal madrigale *Tu m'uccidi o crudele* dal quinto libro dei Madrigali di Carlo Gesualdo da Venosa (figura 60). Qui la linea melodica nasconde la simmetria che rimane all'interno della notazione musicale. I gruppi di due e di tre note non la mostrano chiaramente: sembra che la regola sia l'asimmetria.

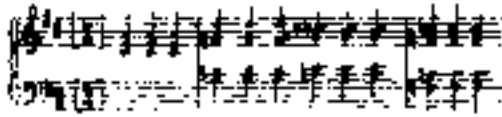


Fig. 59 Schumann, *Lotosblume*.

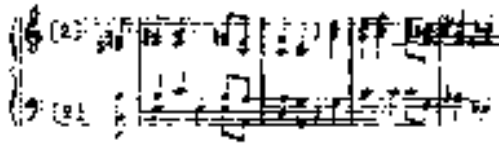


Fig. 60 Carlo Gesualdo da Venosa, *Tu m'uccidi o crudele*.

Confrontando il suono di un brano musicale dove la simmetria è molto evidente con un altro pezzo dove non lo è, possiamo comprendere quante *differenze* siano prodotte da diverse rappresentazioni grafiche. Nel *Meistersinger* [I maestri cantori] di Richard Wagner (secondo atto, scena seconda) la forte enfasi previene lo sviluppo della melodia (vedi figura 61), e influenza il *pathos* della musica, che a questo punto è notevole principalmente per la sua simmetria.

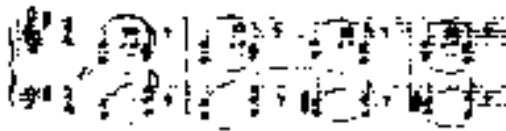


Fig. 61 Wagner, *Die Meistersinger*.

In uno dei punti più alti della storia della musica, vale a dire il *Victimae Pascali Laudes* di Josquin Desprès (nella figura 62 trascrivo le battute finali), simmetria e asimmetria sono perfettamente integrate. In generale, quando la procedura asimmetrica dà forma al pezzo, questo rimane asimmetrico e il risultato tende a essere libero.

inerenti a strutture della nostra cultura. Nel mondo vi sono diverse culture e ciascuna formula una risposta diversa e ben distinta al suono. Il suono non fa musica, è la musica che fa il suono. Questo articolo è focalizzato sulla simmetria nella musica e non su tonalità o atonalità, che costituiscono gli elementi opposti di un problema musicale.



Fig. 63 Haydn, *Sinfonia n.45*.

Il compositore non compone musica con l'intenzione di costruire un pattern simmetrico o asimmetrico. La visualizzazione [dei pattern] nasce inconsciamente durante lo sviluppo di una partitura. Qualche volta il compositore stesso organizza un particolare motivo o un processo che potrebbe essere definito come simmetrico, per mezzo del quale un'intera partitura è visualizzata. Nella fuga, la costruzione segue alcune regole convenzionali. Una di esse, ben conosciuta, è la riflessione di un tema principale, ossia le stesse note eseguite in modo retrogrado. Questa è una maniera teorica usata dai compositori per convogliare le loro ispirazioni spontanee a seguire la forma della fuga.

Una pagina dai *New England Psalm Songs* di W. Billings (1770) è presentata da un pentagramma circolare perché la musica non

dovrebbe mai finire (figura 64). Qui la simmetria non è all'interno di una battuta o cellula, ma nella rappresentazione formale dell'intera composizione. Questa non è un'eccezione: nella storia della musica possiamo trovare altri esempi.



Fig. 64 W. Billings, *New England Psalm songs*.

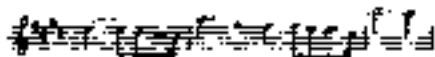
In una composizione del 1981 di Mark Jacobs, intitolata *Analemma*, la continuità fra musica antica e contemporanea è mostrata abbastanza chiaramente. Egli ha inventato una partitura costruita come un otto (vedi figura 65).⁴⁷

Nella musica romantica e post-romantica vi è una procedura molto popolare fra i compositori: un gruppo di note si muove ogni volta verso l'alto attraverso ogni battuta. Di solito queste parti sono melodie semplici ed elementari (figura 66).

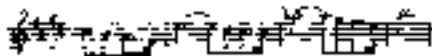
⁴⁷La partitura originale è in (Young, 1983).



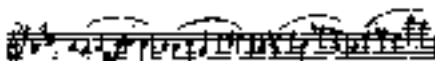
Fig. 65 Questa non è una partitura ma un disegno schematico realizzato dall'autore.



131



136



141

Fig. 66 (a) R. Wagner, *Valkiria*, terzo atto; (b) R. Wagner, *Tristano e Isotta*, terzo atto; (c) F. Liszt, *Wedding*.

Il risultato simmetrico dei passaggi melodici potrebbe sembrare in contraddizione rispetto alle osservazioni che ho fatto: armonia equivale a simmetria, melodia equivale ad asimmetria. Ma qui il risultato melodico non comporta forti variazioni, allargandosi all'infinito. Il movimento compresso sorge battuta dopo battuta in una continua febbre che evita fermate e pause e prosegue nell'atonalità. Le variazioni che mantengono questa progressione costante tendono infatti verso la simmetria. Questo modo di comporre è stato utilizzato da diversi musicisti del XIX e XX secolo: possiamo ritro-

varlo in F. Liszt, R. Wagner, F. Chopin, A. Bruckner, G. Mahler, A. Schoenberg, A. Berg, etc.

Nello *Studio* n.1 op.25 di Chopin, il passaggio in figura 67 mostra un altro esempio di progressione costante dove la maniera melodica e l'armonia classica non si scontrano con un percorso simmetrico.

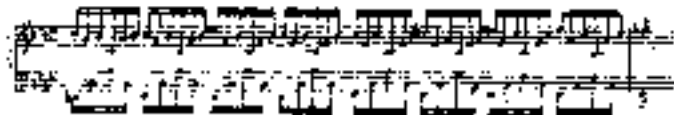


Fig. 67 Chopin, *Studio*.

In un altro pezzo molto famoso di Chopin, la *Marche Funèbre* dall'op.35, due accordi sono ripetuti costantemente due volte in ciascuna battuta nella chiave di basso, per [tutta] la composizione (figura 68). Essi mancano soltanto nella parte centrale e la loro assenza produce un risultato che suona in modo notevolmente diverso. Questi due accordi simmetrici portano la linea melodica (chiave di Sol) a combaciare perfettamente con la chiave di Fa. La sua gentile monotonia riporta indietro l'ascoltatore alla cadenza simmetrica nella chiave di Fa.

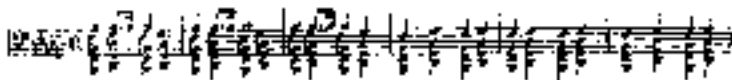


Fig. 68 Chopin, *Marche Funèbre*.

I lavori di Claude Debussy rappresentano un ritorno ai *Modi* e ai pattern di scale dell'antica musica ecclesiastica (canti gregoriani, etc.). Egli raggiunge una perfetta declamazione melodica ispirata ai *Modi*.

Le scale esatonali⁴⁸ (e/o pentatoniche) e i modi impiegati da Debussy forniscono la chiave di una misteriosa ed espressiva melodia,

⁴⁸N.d.T. dette anche *esatoniche*.

non cantata, ma bisbigliata. L'azione non dovrebbe mai essere fermata: essa dovrebbe essere continua e ininterrotta. La melodia è quasi anti-lirica e priva di potenza per esprimere le emozioni.

La visualizzazione grafica sposta dunque la melodia all'interno di un percorso simmetrico (figura 69). La melodia è come un canto di una salmodia con una qualità toccante e penetrante. Non esiste un supporto strutturale, gli accordi determinano i colori, le risonanze leggere e trasparenti non contengono archi melodici pienamente sviluppati, ma soltanto sprazzi e tocchi fugaci. L'effetto impedisce al suono di diventare molto melodico.



Fig. 69 Debussy, *Prélude à l'après-midi d'un faune*.

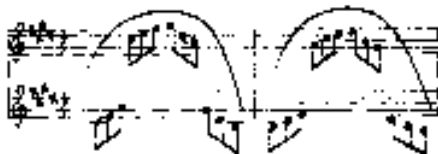


Fig. 70 Debussy, *Deux Arabesques*.

Nella prima e seconda battuta dal primo dei *Deux Arabesques*, la rappresentazione raggiunge un'estrema perfezione (figura 70). L'arco della legatura fra gruppi di note rende la sensazione della ripetizione più intensa che mai. Il movimento nei pentagrammi è circolare e dunque reversibile: che cos'è più simmetrico della reversibilità? La negazione della simmetria è l'irreversibilità.

L'essenza della tecnica strumentale di Debussy consiste in un puro e risonante mosaico di accordi frammentari, finemente colorati, e

un design di cellule melodiche composte matematicamente — tranne in quelle brevi figurazioni dove gli *ostinati* compaiono nuovamente con alcune piccole variazioni. Tutti questi elementi si incuneano nella composizione con una visualizzazione simmetrica. Io credo che il pezzo pianistico di Debussy *Jardins sous la pluie* dalle *Estampes* sia il più raffinato esempio contenente questo tipo di simmetria. Il design delle cellule in ciascuna battuta è ripetuto costantemente: sono presenti cinque tipi fondamentali che rimangono più o meno inalterati. Il loro ordine è dato in figura 71. Qui possiamo vedere simmetrie, simmetria bilaterale, simmetria traslazionale, simmetria di movimento, *differenze*, deviazioni e persino una simmetria generale visibile attraverso l'intero pezzo. Sono inoltre frequentemente utilizzate ripetizioni, invarianze e somiglianze. Le cinque cellule fondamentali descritte sopra governano la partitura completa e tengono conto della generale armonia formale che caratterizza la composizione.

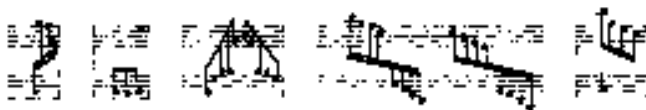


Fig. 71

È possibile trovare pattern simmetrici in un'altra collezione per pianoforte solista: i *Preludi*. La collezione è composta da vari pezzi con titoli diversi come gli elementi distinti di un insieme. Tutte queste *differenze* sono necessarie per saldarla in un insieme unificato. Ciascuna battuta è la duplice immagine della precedente e così via: lo scopo di queste differenze è creare musica e ritmo (vedi figura 72).

La composizione si mostra in una indissolubile unità: la sequenza degli elementi, delineata per creare il pattern formale e la sensazione di risonanza, è essenziale per completare l'intera composizione. Da battuta a battuta, la partitura appare all'occhio come se fosse identica, *qualcos'altro* la ricompone ogni volta rendendola un'unica sequenza.



Fig. 72 Debussy, *Preludi*. (a) *Deux pas sur la neige* (quinta e sesta battuta); (b) *La sérénade interrompue* (bb. 98 e 99); (c) *Feux d'artifice* (b. 36).

Il processo crea un continuo intrigo: variazioni, *differenze* e ripetizioni non sono dominanti nel pezzo ma conferiscono una monotonia quasi da sogno alle sue frasi ricorrenti. Quando Debussy ha parlato della musica di Giava e di Bali, che ha influenzato fortemente i suoi lavori, egli ha dimostrato la sua comprensione della struttura a molti livelli e la sua complessità ritmica. Simmetria non significa lucidità. Infatti il Gamelan è basato su un semplice tema ma eseguito simultaneamente e a diversi ritmi. Questo processo (che è lo stesso di Debussy) arriva a complesse figurazioni spesso molto difficili da tradurre in una visualizzazione completa. Il tema basilare di uno dei ben noti pezzi di Gamelan da Bali è mostrato in figura 73. In alcuni vecchi manoscritti della musica indonesiana è presentato come quello in figura 74. I caratteri cinesi visibili indicano gli scambi culturali esistenti fra le culture dell'Estremo Oriente. Ma la

presenza di caratteri cinesi ci invita ad avvicinarci alla simmetria a un livello diverso.

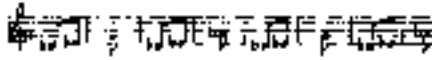


Fig. 73



Fig. 74

La scrittura ideografica può essere considerata un altro esempio di simmetria, ma in un senso simbolico. *Musica* in cinese è scritta attraverso il simbolo mostrato in figura 75.



Fig. 75

Esso rappresenta cinque percussioni, come le cinque note della scala musicale, su un supporto di legno. Tutte le trasformazioni sono visibili in figura 76. Ma lo stesso simbolo, pronunciato in modo diverso, significa *gioia* o *piacere*, poiché la musica allieta il cuore.

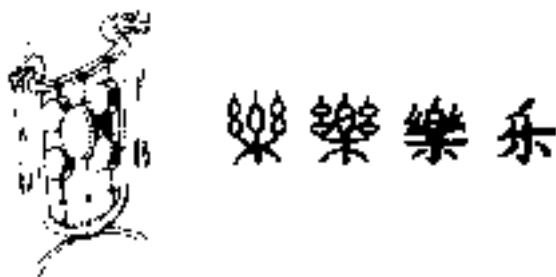


Fig. 76



Fig. 77

La simmetria può mostrarsi dunque per mezzo di una visualizzazione, una sensazione risonante e una riflessione sulla comprensione

umana. Nella scrittura giapponese (non molto diversa dalle altre nazioni dell'Asia dell'Est) vi sono molti esempi di simmetria. Attraverso l'originale e la trascrizione delle brevi partiture in figura 77 portiamo la musica come un'immagine davanti all'orecchio e alla mente. Il grafico originale è l'immagine simmetrica della trascrizione: entrambe rappresentano un linguaggio per la stessa musica interpretato da due diverse culture, e il risultato formale è quasi identico a quello della musica.

Nel canto *Noh* del Giappone, la notazione è indicata sul lato destro di ciascuna linea di testo (figura 78). Il testo stesso e il suo significato riconduce alla musica: vi è una sorta di scambio simbolico fra il suono della musica e le parole del testo: ciascuno riflette l'immagine simmetrica dell'altro a diversi livelli, sonoro, psicologico, emozionale e visivo.



Fig. 78

La notazione tibetana raggiunge la massima rappresentazione visiva di tutta la musica dell'Oriente. Troviamo diversi stili di notazione che variano per ciascuno strumento e da luogo a luogo. La

scrittura musicale è mnemonica con alcuni elementi descrittivi. Essa è costituita da linee ondulate disegnate con inchiostro nero, rosso o giallo (vedi figura 79). Somiglianza e memoria sono le proprietà di questo tipo di partitura. La linea è l'immagine ondulata di connessione di un'ipotetica trascrizione su un rigo musicale occidentale. In tutte queste partiture manca il ritmo. Utilizzando la tecnica mnemonica di tradizione orale, i musicisti tibetani non necessitano di una rappresentazione grafica esatta del segno del ritmo: la memoria costantemente rinnovata per mezzo dell'apprendimento quotidiano aiuta a completare la notazione simmetrica al momento dell'esecuzione: il ritmo viene dall'ispirazione.

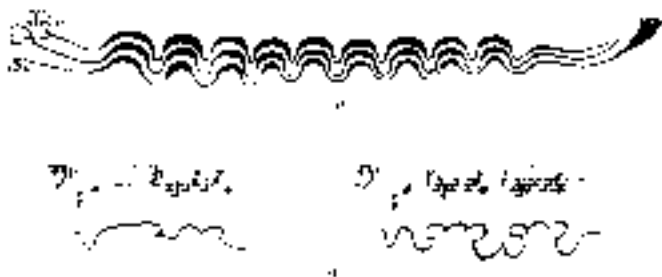


Fig. 79 (a) Notazione per la Conga; (b) notazione vocale.

Perciò, sebbene non presente in partitura, il ritmo è molto importante nell'esecuzione musicale. Il ritmo non ha soltanto una dimensione, ma rappresenta un insieme che compone il senso della musica. Hermann Weyl sembra considerare la musica in termini di una singola dimensione, riassumendola come ritmo. Io, invece, considero il ritmo come una successione di intervalli regolari e ripetuti. Il suo risultato potrebbe rassomigliare alla simmetria traslazionale, ma dobbiamo ricordare che intervalli uguali non producono ritmo. Il senso comune suggerisce che il ritmo è simmetria poiché esso crea un pattern simmetrico. Ma vi è una differenza fra ritmo e simmetria. Il primo è un atto creativo e il secondo un risultato formale (Abra-

ham, 1972). Asincronie, alterazioni, variazioni, omissioni e sincopi sono importanti elementi del ritmo considerato come musica. Tutti gli esempi citati in questo articolo sono brevi passaggi di composizioni più estese. Essi sono estratti che io ho definito simmetrici per la loro posizione e la loro forma. Un brano musicale può essere composto organizzando questi passaggi in un percorso simmetrico o asimmetrico, o in altro modo scelto dal compositore. Vi è tuttavia una connessione fra questi passaggi: da un lato, l'idea e il progetto; dall'altro lato, il ritmo.

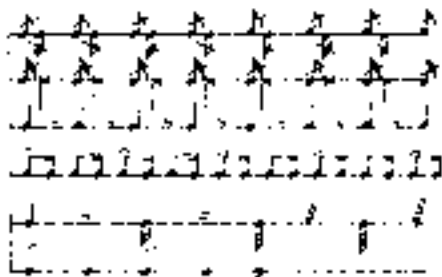


Fig. 80

Se teniamo conto del ritmo nel prossimo esempio in figura 80, tipico della musica delle Filippine, notiamo immediatamente la sua regolarità, uniformità, enfasi [stress] e percorso simmetrico. Ma questa notazione è una forma teorica perché tutti questi segni sono una convenzione che permette alla partitura di essere compresa. Ho già indicato che questa convenzione è *qualcos'altro*, qualcosa di *diverso* dalla musica. In realtà, il suono non ha l'aspetto simmetrico della trascrizione. Il problema sta appunto qui. Troviamo la simmetria in musica ma qualche volta nella partitura, e non nella musica eseguita; oppure la musica produce una sensazione che può essere definita come simmetrica, ma non possiamo trovare segni grafici di simmetria nella partitura.

I ritmi africani sono molto complessi perché sono utilizzati metri simultanei con differenti pulsazioni. È molto difficile percepire la sensazione di simmetria, ma attraverso la semplificazione della trascrizione in notazione occidentale essa appare molto chiara (figura 81). È universalmente riconosciuto che nel campo della musica è difficile essere d'accordo su un'unica definizione di simmetria: un prodotto acustico e una partitura hanno ciascuno la propria essenza e di conseguenza diverse specifiche simmetrie.

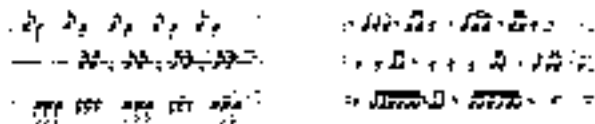


Fig. 81 Ritmi africani.

Come risultato dei cambiamenti rivoluzionari nel mondo dell'Arte che hanno avuto luogo durante questo secolo, un nuovo concetto di notazione (cioè, di linguaggio) è nato. Non solo note e rigo musicale, ma anche disegni, istruzioni testuali, segni e simboli: in una parola, non vi è più alcuna convenzione. I compositori ricorrono a una profusione di diversi sistemi di notazione con istruzioni per ulteriori suddivisioni. Per questo motivo, molte possibilità grafiche sono a disposizione del compositore, e si apre una vasta area di ricerca.

I precedenti della musica contemporanea offrono alcuni ulteriori esempi per illustrare la mia posizione. Potrebbe essere sorprendente per alcuni apprendere che le prime battute della *Quinta Sinfonia* di Beethoven (figura 82) sono antesignane della musica contemporanea. La Quinta Sinfonia può essere considerata come concentrata in questi tre accordi: la continuazione può apparire come un'appendice, ovvero uno sviluppo di questo primo istante speciale. La simmetria è ovvia: 3 crome, 1 minima; 3 crome, 1 minima; e così via all'infinito. La sensazione di infinito è raggiunta interrompendo l'ascolto dopo le prime battute. Wassily Kandinsky le ha trascritte con il disegno in figura 83, inventando un modo di mostrare la sua visualizzazione simmetrica.

Un compositore e critico contemporaneo, Dieter Schnebell (1973), considera le precedenti battute di Beethoven, insieme con il piccolo pezzo dalla *Passione secondo Matteo* di Bach (citata nella figura 48), e alcuni passaggi da Schubert e Wagner come antecedenti di una composizione del 1960 di La Monte Young chiamata *Composition 1960 #7*.



Fig. 82 Beethoven, *Sinfonia n. 5*.



Fig. 83 Beethoven, prima battuta della *Sinfonia n. 5*, come trascritta da Kandinsky.

Dalla teoria e dal concetto di atonalità una nuova nozione di simmetria si sviluppò nella mente di Schoenberg. La tesi di Schoenberg sull'atonalità proponeva che ciascuna delle dodici note della scala occidentale dovesse essere di eguale importanza poiché se uno dei toni fosse stato predominante, esso sarebbe divenuto un centro tonale all'orecchio dell'ascoltatore. Il compositore deve lavorare con

una riga di dodici toni e usarli in modo tale che essi appaiano nella riga o nella particolare permutazione organizzata. Le permutazioni della riga principale sono tre: inversione (i), retrogrado (r), retrogrado inverso (r i). È possibile vedere come la simmetria sia mostrata in un sistema atonale nella riga di permutazione del *Concerto per violino* di Alban Berg (1935), vedi figura 84.

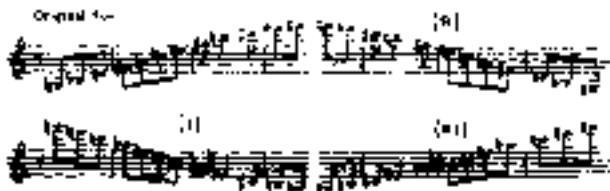


Fig. 84 Berg, *Concerto per violino*.

La riga dei toni è un dispositivo pensato per lo stretto uso personale del compositore: non è concepito per essere percepito dall'ascoltatore. L'atonalità, infatti, è sempre composta usando i suddetti tre tipi di permutazione: ma seguendo la partitura non troviamo nessun passaggio simmetrico: regna l'asimmetria.

Nei *Cinque pezzi per orchestra* di Schoenberg (1909), l'ultima pagina di *Farben* è, a mio parere, il migliore esempio di asimmetria nella musica occidentale. La forma raggiunge il più alto punto che possa essere raggiunto e la sua perfezione ci induce a considerarla come simmetrica. Abbiamo dunque l'inverso del fenomeno: l'asimmetria diventa simmetrica. La forma visiva della pagina è realizzata attraverso pentagrammi pieni di singoli segni ovali con code, laddove i loro gambi non sono collegati. Sembra che Schoenberg abbia preso una manciata di note e le abbia sparse casualmente su una pagina vuota. L'articolazione di *Farben*, e in particolare questa pagina, rappresenta il punto di svolta e l'inizio della musica contemporanea. Era nata una diversa idea del comporre. Questa manciata di note dice che gli accordi devono cambiare delicatamente, in modo che l'entrata degli strumenti non sia enfatizzata: la concentrazione degli

esecutori riguardo al timbro diventa la caratteristica più importante dell'esecuzione di questa composizione.

Una differente relazione con il timbro è ottenuta nei lavori di Erik Satie. Per il mio scopo, il migliore esempio è *Socrate* (1919). Qui si trova tutto quello che non dev'essere fatto in musica: accordi e toni che si susseguono l'un altro senza soluzione di continuità, nessuno sviluppo, tagli e salti, antivariazioni. In *Socrate*, Satie raggiunge uno stato di passività musicale: nessun ritmo, nessuna stasi, nessun movimento, nessuna varietà, nessun colore, nessun climax. Nuovamente, perciò, la simmetria dà forma alla sua visualizzazione con un altro concetto di composizione musicale (figura 85).

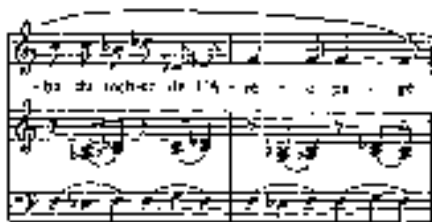


Fig. 85 Satie, *Socrate*. (©Max Eschig; utilizzo autorizzato).

John Cage e, successivamente, Karlheinz Stockhausen, erano i primi compositori propriamente indicati come contemporanei. La loro importanza crebbe gradualmente attraverso gli anni. L'inizio della musica contemporanea è il *4'33"* di Cage — *tacet ciascuno strumento o gruppo di strumenti* — (1950-52). L'istruzione del pezzo è nella parola "tacet": i due numeri danno la durata in minuti e secondi: la musica diventa *silenzio*. Cage porta all'estremo il concetto di Anton Webern.

Le partiture di Webern sono incredibilmente laconiche, il silenzio spesso diventa tanto importante quanto il suono. Cage con *4'33"* dimostra il significato del silenzio e quello che la musica può essere; ogni suono e ogni rumore. In questi 4 minuti e 33 secondi la musica

raggiunge un istante di pausa, come prendere un respiro in *silenzio* dopo diversi secoli di suoni.

Nel 1956, Stockhausen ha fatto il primo passo avanti in una composizione intitolata *Klavierstucke IX*: lo stesso accordo ripetuto molte, molte volte (vedi figura 86).

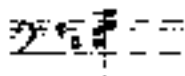


Fig. 86 Stockhausen, *Studio per pianoforte IX*. (©Universal Edition A. G.; utilizzo autorizzato).



Fig. 87 Stockhausen, *Stimmung*. (©Universal Edition A. G.; utilizzo autorizzato).

Quando questa ossessione finalmente termina e la musica prende forma attraverso consueti procedimenti atonali, la scoperta rivoluzionaria raggiunge la sua vetta prima dell'inizio dello sviluppo atonale. Come nelle prime battute della Quinta Sinfonia di Beethoven, in questo pezzo di Stockhausen una sorta di schema ininterrotto rimane nell'orecchio dell'ascoltatore. Egli ha riesumato l'idea del *Klavierstucke IX* molti anni dopo: *Stimmung* (1968) è la naturale prosecuzione e lo sviluppo logico dello stesso schema. Qui la musica raggiunge una completa rappresentazione non convenzionale. Una sezione chiamata *Kala Kasesa Ba-ú* fornisce un buon esempio di una speciale forma di simmetria: la spirale (figura 87).

I risultati sonori hanno lo stesso effetto della ripetizione. Cage è nuovamente l'iniziatore di un nuovo metodo per rendere le partiture completamente differenti dalla notazione convenzionale. Esso consiste in un sistema simbolico casuale (un pro memoria) che sintetizza tutte le regole formulate in passato per registrare e scrivere musica. La sua composizione *Fontana Mix* (1956) è l'ispirazione per le varie partiture che usa come modello. Un altro pezzo, intitolato *Kontakte* (1960), di Stockhausen, per nastro elettronico, pianoforte e percussioni, è considerato fondamentale per la musica contemporanea: qui, valori e difetti, punti di vista e limiti della musica elettronica sono mostrati molto chiaramente (figura 88).

Treatise (1967) di Cornelius Cardew è un altro brano musicale molto importante. La sua partitura ha esercitato una notevole influenza sui compositori contemporanei. Come suggerisce il titolo, la partitura è un trattato di tutte le possibilità a disposizione di un compositore per visualizzare un'idea o uno schema attraverso la musica. Qui nessuna porzione della partitura può essere considerata simmetrica. La molteplicità delle possibilità deve essere asimmetrica perché soltanto l'asimmetria può ospitare l'infinita varietà della musica; soltanto l'asimmetria permette il discorso completo della quale la musica è capace. Cardew ha evitato la convenzionalità persino quando ha adottato il pentagramma convenzionale, e ha avuto successo nel visualizzare una considerevole varietà sonora.

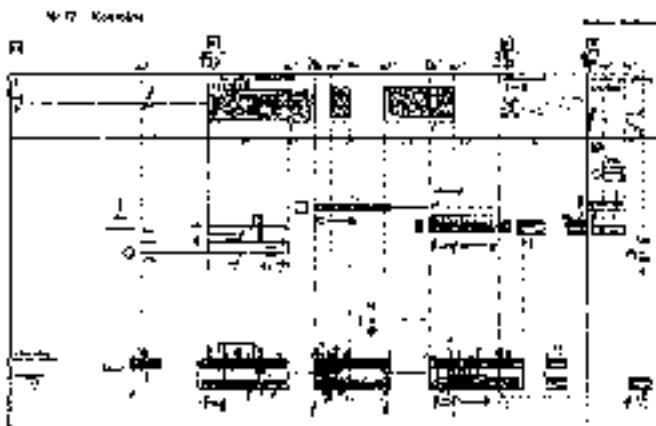


Fig. 88 Stockhausen, *Kontakte*. (©Universal Edition A. G.; utilizzo autorizzato).

La simbologia di questo discorso attinge a un nuovo livello nei lavori di Daniele Lombardi, il quale è stato molto influenzato da Cardew (figura 89).



Fig. 89 D. Lombardi, *Twirls*. (©Daniele Lombardi; utilizzo autorizzato).

Ma anche Lombardi ha bisogno di stabilire delle regole: i simboli grafici diventano segni nello spazio per aiutare sia gli interpreti che gli ascoltatori che devono **GUARDARE**⁴⁹ la partitura durante l'ese-

⁴⁹N.d.T. Maiuscolo nel testo.

cuzione. Egli rifiuta l'idealismo nella costruzione delle sue partiture: il suono diventa come una molteplicità dell'essere. Egli chiama il proprio metodo *scrittura musicale ideografica*, vale a dire un metodo per fare musica comprensibile per tutti (Lombardi, 1981); vedi figura 90.

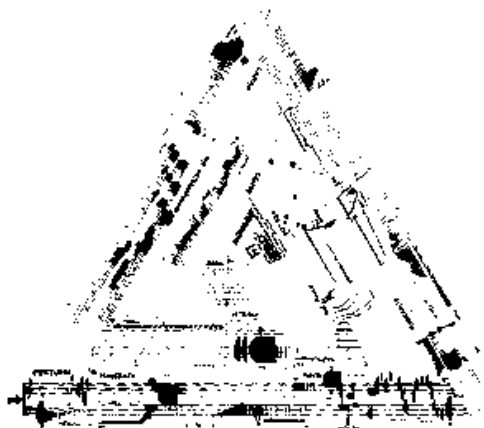


Fig. 90 D. Lombardi, *Tumbling Tumbleweed*. (©Daniele Lombardi; utilizzo autorizzato).

Poiché l'ascoltatore è obbligato a leggere la partitura, Lombardi vi presta particolare attenzione e rende tutti i segni molto chiari, in modo da evitare qualsiasi ambiguità che di solito si ha nell'interpretazione. Per catturare l'attenzione dell'ascoltatore, egli utilizza forme simmetriche elementari come triangoli, cerchi, ellissi, etc.

Bill Hellermann, in un pezzo intitolato *Al mare* (1977), ha concepito una straordinaria partitura: i pentagrammi non sono in linea retta ma imitano il movimento delle onde del mare (figura 91). Il loro movimento simbolico riempie ogni pagina. La composizione è destinata a non fermarsi mai, e ogni inizio è una rinascita. Viene raggiunto un tipo di simmetria universale.

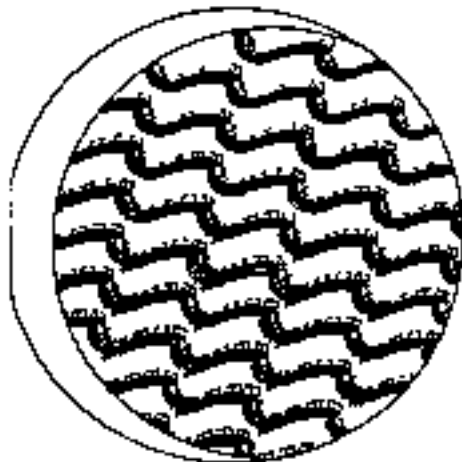


Fig. 91 B. Hellermann, *Al mare*. (©Bill Hellermann; utilizzo autorizzato).

Molti compositori oggi continuano a utilizzare il metodo del pentagramma con molti altri media e indefiniti tipi di istruzioni. Una giovane compositrice italiana, Lucia Donnini,⁵⁰ in un pezzo intitolato *Stucklein* (1982) raggiunge una strana visualizzazione della simmetria usando soltanto pentagrammi e note (figura 92).

Sylvano Bussotti, con la sua importante composizione degli anni '60 *Passion selon Sade*, è diventato l'ispirazione di molti giovani compositori, che hanno appreso da lui ad arrangiare un lavoro originale di qualche grandezza con un una struttura formale comune. Ho scritto domandandogli di suggerire un lavoro che potesse servire come esempio di simmetria in musica. Ha risposto: "In *Passion selon Sade* vi sono esempi che potrebbero essere adatti per il Suo lavoro: *Solo, rara (Dolce)*" (2/12/84).

Mi sono riferito sopra a *Composition 1960 #7* di La Monte Young: la peculiarità di questo pezzo è la sua estrema concentrazione. Essa

⁵⁰Non vi è alcuna relazione con l'autore di questo articolo.

rappresenta il prossimo passo oltre i *silenzi* di Webern e Cage: non si pone più la questione di concessione al passato (figura 93). Questo pezzo è formato da un accordo di due note con l'istruzione nel testo "da mantenere per molto tempo". Vi sono state due famose esecuzioni: dice la leggenda che la durata sia stata di otto ore nella precedente esecuzione americana e di sei ore al *Darmstadter Kurse* in Germania pochi anni dopo. Qui la simmetria è nel suono, nella sensazione di risonanza, e nella partitura.

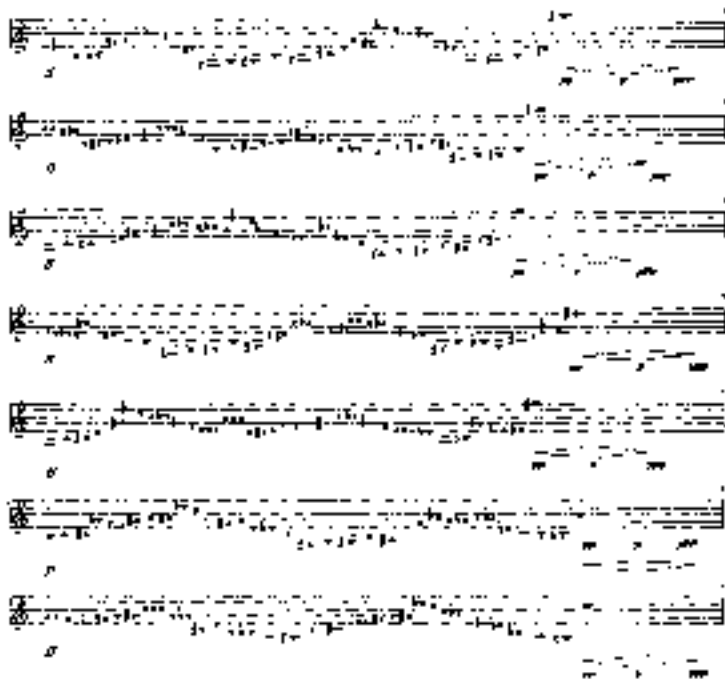


Fig. 92 L. Donnini *Stuklein*. (©Lucia Donnini; utilizzo autorizzato).

Il pezzo di La Monte Young ha dato vita a un gruppo di musicisti che rappresentano l'ultima evoluzione della musica occidentale: si tratta di T. Riley, F. Glass, S. Reich e C. Palestine. All'inizio essi sono stati rifiutati da altri musicisti e hanno trovato difficile coltivare un'audience oppure ottenere un qualche supporto presso i pubblici usuali, che apparentemente udivano soltanto ciò che mancava alla musica, in relazione alla musica a cui erano abituati: movimenti armonici e forme melodiche percepibili. La loro struttura musicale coinvolge una base armonica statica, spesso un bordone ripetitivo, oppure una struttura ritmica come quella di un *ostinato*.

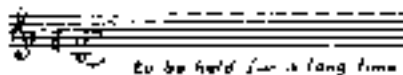


Fig. 93 La Monte Young, *Composition 1960 # 7*. Ristampato da *An Anthology*. Young & MacLow, New York (1963). (©La Monte Young; utilizzo autorizzato).

Sebbene tutti questi compositori abbiano infatti ricevuto una ragionevole educazione musicale convenzionale, il loro principale supporto e audience è venuto dal mondo delle arti visive. I loro concerti, in particolare negli anni Sessanta e Settanta, hanno avuto luogo nelle gallerie d'arte e conseguentemente i primi lavori critici sono apparsi sulle riviste d'arte visiva.

Il *Trio per archi* (1958), una composizione di La Monte Young, può essere considerata il punto di partenza per questo gruppo di musicisti (figura 94). Il *Trio* rappresenta l'antecedente dell'idea concepita in *Composition 1960 #7*. Questa partitura presenta un interessante tipo di simmetria: il pezzo ha una esposizione, una ricapitolazione e una coda; tutte queste parti hanno uno o più centri di simmetria. La figura 94 è l'esposizione, e il compositore stesso ha marcato l'inizio, la fine e i tre centri di simmetria per l'uso in questo articolo.

The image displays a musical score for La Monte Young's *Trio for strings*. It consists of eight systems of staves, each containing multiple lines of music. The notation is highly complex and dense, characteristic of Young's minimalist style. Key annotations include:

- "Beginning of repetition" at the top left of the first system.
- "End of repetition" at the bottom left of the sixth system.
- "Coda" at the top right of the fifth system.
- "Lento" at the bottom right of the fifth system.
- "Lento" at the bottom right of the sixth system.

The score is written in black ink on a white background, with various musical symbols, notes, and rests visible across the staves.

Fig. 94 La Monte Young, *Trio for strings*. (©La Monte Young; utilizzo autorizzato).



Fig. 95 S. Reich, *Phase Patterns* e *Music for Mallet Instruments, Voice and Organ*. (©Steve Reich; utilizzo autorizzato).

Tutte le partiture di questo gruppo di compositori sono davvero simmetriche nella loro visualizzazione: come esempio, offro due estratti dai lavori di Steve Reich (figura 95).

Io considero la mia musica nel suo risultato sonoro in linea con la musica di questi compositori; le mie partiture sono tuttavia differenti poiché io utilizzo più media.⁵¹ La partitura (nella figura 96) è composta da tre pezzi: *Andar*, *Fula*, *Te-esa* (*Suca* è un'altra versione di *Andar*) costituiti da note, pentagrammi, istruzioni grafiche, e istruzioni testuali (non mostrate).⁵²

La simmetria e l'asimmetria sono abbastanza evidenti sia graficamente che musicalmente. Graficamente, le mie partiture sono rappresentate da onde formali di note scritte nel pentagramma e mostrate nello schermo di un oscilloscopio.

Nel campo della musica, molti compositori hanno iniziato a usare il computer per creare suoni. La computer music sta per rimpiazzare la musica elettronica. I computer richiedono programmi, e la partitura spesso diviene un tale programma, assomigliando più a un'attività meccanica che alla musica. La musica diventa numero (frequenze, rapporti, serie, serie di Fibonacci, triangoli di Pascal, etc.). Negli studi più antichi (specialmente greci) i rapporti erano considerati la sorgente matematica della musica. A causa dell'ampio uso dei computer, la teoria della musica in relazione alla matematica e alla fisica ancora una volta sta per divenire l'oggetto di ricerca e investigazione.

Stockhausen è stato il primo compositore ad aver progettato una partitura per musica elettronica: nello *Studio I* (1953) la partitura e la musica non hanno nulla di simmetrico; nelle spiegazioni del

⁵¹In (Donnini, 1981), vi è un articolo che ho scritto sulle mie partiture intitolato *Artistic graphic musical scores influenced by the Tantric Art*.

⁵²Una registrazione (numerata, firmata e con copertina dipinta a mano) della mia musica può essere ottenuta dalla Galleria Schema, via della Vigna Nuova 17, 50123 Firenze, Italia. La registrazione è intitolata TIA, T2A (1980), Lynx Records, Ed. Lynx-xel-ha Records (cat.n.Z 00112). Adesso sto preparando un'altra registrazione con una versione della partitura TUNEDLESS 2° che include *Andar Fula Te-eesa Suca*: uno degli strumenti utilizzati in questa registrazione sarà un computer.

metodo per comporre questa partitura, Stockhausen dice che una serie formata dai numeri 4 5 3 6 2 è la regola basilare: non usare alcuna successione simmetrica ed evitare di ripetere due o più volte la stessa frequenza in una predeterminata sezione della musica.

Nella musica per computer ed elettronica, le frequenze e i loro numeri sono concepiti come materiale per un programma musicale composto unicamente da intensità e ritmo.

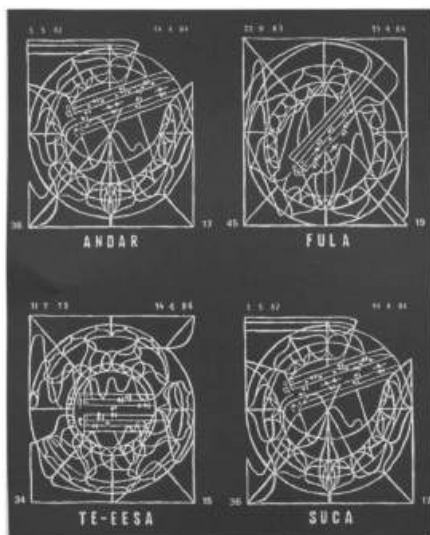


Fig. 96 R. Donnini, *Andar, Fula, Te-esa*. (©Roberto Donnini).

Nel pezzo di Albert Mayr intitolato *Periodicità* (1974), la simmetria si sprigiona dal timing dell'esecuzione. Gli esecutori si riuniscono simultaneamente al quarto minuto della pulsazione esatta che ritorna con la parola "periodicità" (figura 97). In un altro pezzo, chiamato *Nam Play* (1973), il sistema binario di numeri applicati ai nomi degli interpreti diventa la partitura da eseguire: le istruzioni e gli esempi sono in realtà la partitura concepita dal compositore (figura 98).

La visualizzazione della musica: simmetria e asimmetria

Alexis Mayr
NAM PLAY FOR SEVEN CORNERS

Each group of players within the area grasping the adjacent
 ground, i.e. the L-shaped identity from the corners of tables
 to identity corners.
 The formation are arranged in an array four corners, each the
 following corresponding to the first 3 letters of each name
 used). The resulting name is read up (allways)
 each performer plays the following corresponding to his name.
 ALL AT A TIME, a 1 indicates an event (symmetrical, equal or equal)
 to be produced or indicated by the player, a 0 indicates 'no play'
 Each (vertical column of 0) or (1) represents a 4-step rhythm within
 a 4-measure time length of which is not specified. The time-unit begins
 when one or more active players in a situation execute the (initial)
 event(s). The other active players may begin their events before the
 end of the first event in the situation, but the events may not be
 simultaneous or have the same length. Once all active players in a
 situation have finished their events in an end the respective rhythm
 unit is considered finished.
 Each measure (vertical) are 40 Millisec.
 During performance the array should be produced as a whole.

example

FLURO	1 1 0 1 1 1 0 1 1 1 0 0 1 0 1
ELABORO	1 1 0 1 1 1 1 1 0 0 1 0 0 0 1
FRANCIS	1 1 0 1 1 1 1 1 0 0 1 0 1 1 1
FRUTTER	1 1 0 0 1 1 1 1 0 0 0 0 1 1 1
FRU	1 1 0 1 1 1 1 1 0 0 0 1 1 1 1
DOF	1 0 0 1 1 1 1 1 0 1 1 1 1 1 1
FRUCO	0 0 0 1 1 1 0 0 0 1 0 0 0 1 1
FRU	1 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 0 0 0 1

Fig. 98 A. Mayr, *Nam Play*. (©A. Mayr; utilizzo autorizzato)

Un altro gruppo di compositori e interpreti utilizza soltanto disegni non considerati come partitura, ma come un aiuto per comprendere la musica quando viene eseguita. I lavori di Marian Zazeela sono strettamente correlati con la musica di La Monte Young (vedi figura 99). Marian Zazeela spesso esegue la musica di La Monte Young. Durante le esecuzioni, diapositive con grafiche e disegni di Zazeela vengono proiettate sopra gli interpreti e gli ascoltatori. Il suono diventa una rappresentazione della grafica e dei disegni, così come le slide sembrano la visualizzazione del pathos della musica.

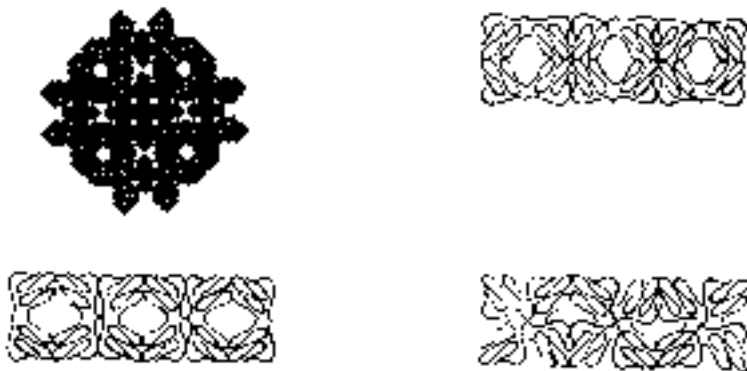


Fig. 99 M. Zazeela. Ristampato da *Selected Writings*. Heiner Friedrich (1969).
(©Marian Zazeela; utilizzo autorizzato).

I disegni di Jon Gibson sono di natura diversa, ma l'effetto sia su ascoltatori che esecutori è lo stesso. Ma queste *partiture* di Gibson hanno la propria origine nell'arte ottica, e, in apparenza, non vi è alcuna intenzione simmetrica (figura 100).

La musica, così come le altre arti, è costantemente in evoluzione e non è possibile predirne il futuro. Se lo fosse, ciò significherebbe morte certa per le arti. Non è possibile trarre conclusioni sulla simmetria della musica, poiché fare ciò ne restringerebbe il significato.

Lascio ai lettori i loro giudizi.⁵³ Tuttavia, vorrei concludere con i pattern mostrati su un monitor quando la frequenza è visualizzata da un fascio di elettroni da un tubo a raggi catodici, come forma d'onda (figura 101). Queste linee fluttuanti sono, forse, la segreta anima simmetrica della musica, concepita come campo di ricerca e investigazione sia artistica che tecnologica.

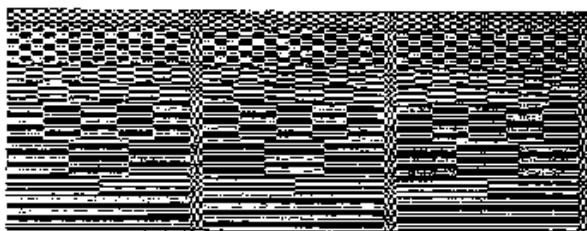
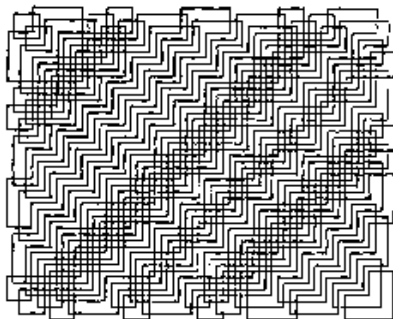


Fig. 100 J. Gibson, 15/3:5. *Primordial Relation Series* e J. Gibson e Vitalis, *Drawing for Video*. (0.9A) (©J. Gibson (1984); utilizzo autorizzato).

⁵³Sono grato agli editori e ai compositori per il permesso di riprodurre estratti dalla musica di cui possiedono i diritti. Un ringraziamento speciale per diversi motivi a Kaye Ashe, Teresa M. Brooks, Isabelle Picard, Paola Vitali, Catia Morani, Giuseppe Morrocchi, Carlo Bonomi e Aldo Golin.



Fig. 101

Alla ricerca dei vettori musicali

DMITRI TYMOCZKO

Capitolo originale: “In Quest of Musical Vectors”, in Mathemusical Conversations, Lecture Notes Series. Jordan B. L. Smith, Elaine Chew, and Gérard Assayag (Eds.), Institute for Mathematical Sciences, National University of Singapore. Hackensack, NJ: World Scientific; London: Imperial College Press (2016), pp. 256–282.

Un sentito ringraziamento all'autore per aver ceduto i diritti di traduzione e pubblicazione di questo capitolo. ©World Scientific.

Una generica discussione sulla musica presenta una serie di termini che fanno riferimento ai punti in uno spazio di possibilità musicali; essi includono “nota”, “accordo” e “tipo di accordo”. Altri, come “intervallo”, “progressione di accordi” e “moto delle parti”,⁵⁴ indicano qualcosa in più come i vettori, o *modi per passare da un punto a un altro*. Comprendere questi vettori è stata una preoccupazione centrale della teoria musicale contemporanea, sia nella tradizione [analitica] precedente, nota come “teoria trasformazionale”, sia in un corpus di lavori più recente riguardante voice leading e geometria.

⁵⁴N.d.T. In inglese *voice leading*.

Eppure gran parte dell'argomento rimane oscuro o controverso. A seguire rivisiterò quindi il tema dei vettori musicali, considerando il loro valore analitico, le loro radici matematiche e il loro ruolo nel consentire una vera geometria degli accordi musicali.

Il mio obiettivo principale è quello di sostenere l'importanza del moto delle parti, concepito in modo informale come “modi di spostare le note di un accordo verso quelle di un altro” e formalizzati come serie di *percorsi nello spazio della pitch class*⁵⁵ — o collezioni di numeri reali associati ad accordi non ordinati. In questo senso, i moti delle parti sono onnipresenti nella pedagogia tradizionale, nei discorsi compositivi e nel discorso analitico; essi inoltre corrispondono strettamente a quello che gli studiosi di geometria chiamerebbero vettori o *classi di percorsi* nelle varietà orbitali che rappresentano tutte le possibili sonorità. Quindi, essenzialmente, sosterrò che i vettori matematici sono utili strumenti teorico-musicali.

Moto delle parti e vettori

Il punto più semplice da cui iniziare è con i pitch e i loro intervalli, oggetti come “la terza maggiore ascendente dal Do centrale al Mi superiore”. Possiamo costruire uno spazio in cui i pitch del musicista corrispondono ai punti del matematico e gli intervalli del musicista corrispondono ai vettori del matematico (figura 102).

Questo spazio, che i matematici chiamano “spazio reale affine a una dimensione”, è insolito in quanto intervalli e punti sono fondamentalmente equivalenti: dato un qualsiasi pitch iniziale, possiamo calcolare l'intervallo dal pitch di destinazione o il pitch di destinazione dall'intervallo. (I matematici direbbero che lo spazio degli intervalli è *isomorfo* rispetto allo spazio dei toni). Questo significa che possiamo etichettare gli intervalli con coppie di punti come (Do4, Mi4) o con un punto di partenza più distanza e direzione come (Do4, +4). Se consideriamo tutti i possibili microtoni, e non solo le

⁵⁵N.d.T. Classe di intonazione.

note sulla tastiera del piano, allora sia gli intervalli che i toni [pitch] possono essere rappresentati da numeri reali.

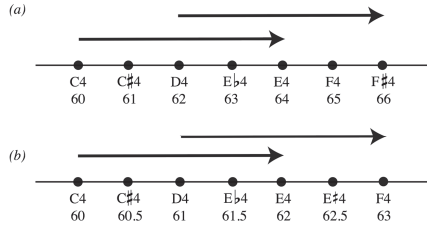


Fig. 102 Gli intervalli sono vettori nello spazio unidimensionale dei pitch. Scale diverse impongono metriche diverse, con Do-Mi della stessa lunghezza di Re-Fa# secondo la scala cromatica (a); Re-Fa secondo la scala diatonica (b).

In questo spazio unidimensionale del pitch ci sono solo due direzioni, rappresentate matematicamente dai numeri positivi e negativi, e musicalmente dal movimento ascendente e discendente. La distanza è più sottile. Si scopre che le scale musicali corrispondono strettamente a ciò che i matematici chiamano *metriche* (misure della distanza): i musicisti in genere misurano la distanza in “gradi della scala”, in modo che la distanza da Mi a Sol possa essere rappresentata in modo diverso come 3 passi lungo la scala cromatica, 2 passi lungo la scala diatonica di Do, un passo lungo la scala pentatonica sul Do e così via. Tali metriche a loro volta implicano l’operazione di “trasposizione” (chiamata “traslazione” dai matematici) che sposta i pattern musicali di una distanza fissa, trasformando Do - Mi in Re - Fa# quando misuriamo cromaticamente, o Re - Fa quando misuriamo lungo i tasti bianchi (di nuovo figura 102).

Misurare lungo una scala non ci limita necessariamente alle note della scala, poiché è perfettamente ragionevole affermare che il Re quarto di tono bemolle è un semitono e mezzo sopra Do, o che Re# è un grado diatonico e mezzo sopra Do. Qualsiasi insieme di pitch definisce una metrica in questo modo.

Ora, uno degli atti teorici più importanti della musica è quello di ignorare le ottave, parlando di “Do in generale” invece di un tono

specifico come “Do centrale”. I musicisti le chiamano “pitch class” e non pitch, rappresentandole come punti su un cerchio (figura 103). Questo ignorare le ottave spezza la simmetria fra pitch e intervalli, riducendo lo spazio dei punti, lasciando però intatto lo spazio dei vettori: per ogni Do possiamo spostarci su Mi attraverso o una terza maggiore ascendente, o una sesta minore discendente o uno di questi due movimenti più un numero qualsiasi di ottave. Nella misura in cui riteniamo utile rappresentare la direzione e l’ampiezza del movimento (e dovremmo, poiché i compositori generalmente favoriscono piccoli movimenti), non possiamo più etichettare gli intervalli con coppie di punti come (Do, Mi); dobbiamo invece etichettare gli intervalli usando due oggetti molto diversi: uno, un punto sul cerchio, l’altro, un numero reale o un punto sulla linea. Data una nota iniziale e un intervallo, possiamo calcolare la pitch class di destinazione, ma non possiamo più calcolare un intervallo univoco a partire da una coppia di punti, poiché ci sono molti percorsi fra i punti sul cerchio.

Questa situazione è molto familiare ai matematici, i quali affermano che i vettori si trovano nello *spazio tangente* del cerchio — visualizzati come una linea fissata al cerchio in ogni punto (figura 103). L’idea è che non ci si dovrebbe, in generale, aspettare un isomorfismo fra i punti-in-uno-spazio e i vettori-fra-punti, proprio perché uno spazio può avere caratteristiche globali non riflesse dalla struttura dei suoi vettori: in questo caso, il fatto che lo spostamento di un’ottava riporti al punto di partenza.⁵⁶

Il concetto matematico di spazio tangente, che assegna una copia dei numeri reali a ogni punto del cerchio, è quindi fatto su misura per catturare tali truismi come “il motivo principale della *Quinta Sinfonia* di Beethoven coinvolge Sol, in qualunque ottava, che raggiunge il Mi \flat spostandosi verso il basso di quattro semitoni (ma non un movimento ascendente di otto semitoni)”. In *A Geometry of Music* (AGOM)⁵⁷ ho chiamato questi oggetti “percorsi nello spazio delle

⁵⁶Qui sto considerando i vettori che si trovano “tra” punti nello spazio, una concezione possibile solo nelle più semplici situazioni geometriche; fortunatamente, tuttavia, le geometrie musicali sono spesso di questo tipo.

⁵⁷N.d.T. si indica con AGOM la citazione (Tymoczko, 2011).

pitch class” e ho notato che essi possono essere rappresentati come (classi di) percorsi nel cerchio delle pitch class — ma probabilmente ai matematici sono maggiormente noti come vettori nello spazio tangente.⁵⁸

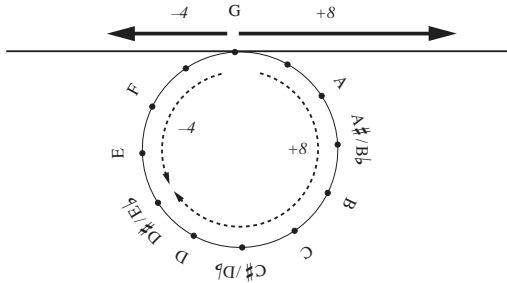


Fig. 103 Quando ignoriamo le ottave, lo spazio lineare del pitch diventa circolare nello spazio delle pitch class. Adesso lo spazio degli intervalli può essere modellato utilizzando lo “spazio tangente”, rappresentato come una linea che tocca il cerchio.

Possiamo adesso definire come *voice leading* una collezione non ordinata di percorsi nello spazio delle pitch class. Ad esempio, il moto delle parti $\{(Do, 0), (Mi, +1), (Sol, +2)\}$ mantiene il Do fermo (moto 0), muove il Mi di un semitono superiore (+1), e il Sol di due semitoni superiori (+2). In alternativa, e forse in modo più intuitivo, possiamo registrare il fatto che $\{Do, Mi, Sol\}$ sia un oggetto musicale — un *accordo*, rappresentato da un punto nel nostro spazio musicale — mentre $(0, 1, 2)$ è un *vettore* attraverso la scrittura $(Do, Mi, Sol) \xrightarrow{0,1,2} (Do, Fa, La)$, che possiamo semplificare in $(Do, Mi, Sol) \rightarrow (Do, Fa, La)$ quando tutti i pitch raggiungono la loro destinazione attraverso il più breve percorso possibile.⁵⁹ Si noti che

⁵⁸Vedi AGOM, §2.2. Le idee in questa sezione sono esplorate in dettaglio in quel libro (Tymoczko, 2011).

⁵⁹Cioè, i percorsi più grandi di -6 e più piccoli o uguali a 6 (con la convenzione che il tritono ascenda).

l'ordinamento di Do, Mi e Sol è arbitrario e che il secondo accordo è ridondante, poiché possiamo calcolare le destinazioni partendo da pitch class e percorsi; tuttavia, la ridondanza facilita la lettura. Questi moti delle parti sono i quanti⁶⁰ del movimento musicale, combinando un punto di partenza con un insieme di direzioni per spostare le sue note. Matematicamente, si tratta di vettori in spazi tangenti di dimensione superiore che appartengono a oggetti geometrici noti come varietà orbitale. Torneremo su questo punto nella sezione “Geometria”.

Per trasporre un moto delle parti, possiamo semplicemente trasporre le sue pitch class lasciando i percorsi inalterati.⁶¹ Quando ci limitiamo a percorsi nello spazio delle pitch class (moto delle parti monodimensionale), vi è un unico modo di trasporre da punto a punto; vale a dire che (Sol, +4) rappresenta lo stesso vettore di (Mi, +4), conosciuto in musica come “la terza maggiore ascendente”. Quando consideriamo accordi con molte note incontriamo delle difficoltà: ad esempio, possiamo trasporre (Do, Fa \sharp) \rightarrow (Re \flat , Fa) o salendo di tre semitoni a (Mi \flat , La) \rightarrow (Mi, Sol \sharp) o scendendo di tre semitoni (La, Mi \flat) \rightarrow (Si \flat , Re). Cioè, possiamo spostare il moto delle parti da {Do, Fa \sharp } a {La, Mi \flat } lungo due percorsi differenti per ottenere due diversi risultati, senza che nessuno dei due sia primario o preponderante. Ciò significa che non possiamo aspettarci di trovare un singolo, unico rappresentante di ogni singolo moto delle parti di in ciascun accordo; dovremmo al contrario considerare i moti delle parti come oggetti “locali” assegnati ad accordi particolari. Ancora una volta, questa situazione è familiare ai matematici, i quali considerano di solito che i vettori siano collocati in punti anziché definiti su tutto uno spazio.

Le scale svolgono un doppio ruolo in questa teoria, servendo sia come metriche nello spazio dei pitch o delle pitch class, e anche partecipando allo stesso moto delle parti. Questo perché la modulazione coinvolge il moto delle parti rispetto alla scala: quando un

⁶⁰N.d.T. Come i “quanti” in meccanica quantistica.

⁶¹Gli studiosi di geometria si riferiscono alla trasposizione come “traslazione”; i moti delle parti possono anche essere riflessi o invertiti (AGOM, Capitolo 2).

pezzo va dalla tonalità di Do maggiore alla tonalità di Sol maggiore, la differenza fra le scale è di un singolo semitono da Fa a Fa♯ — il più piccolo moto delle parti fra insiemi diatonici. I compositori da Debussy e Stravinsky a Reich e ad Adams hanno generalizzato questo aspetto della pratica classica di modulazione, implementando una vasta gamma di moto delle parti scalare fra una moltitudine di scale diatoniche e non diatoniche, qualche volta muovendosi per brevi distanze, altre volte saltando improvvisamente tra scale più distanti tra loro.⁶² Una delle attrazioni della teoria del moto delle parti è che essa sottintende queste tecniche all'interno della stessa struttura usata per mettere in relazione gli accordi, consentendoci di esplorare, con gli stessi strumenti analitici, una vasta gamma di pratiche, dal cromatismo del XIX secolo alla tonalità del XX secolo.

Ora, per un avvertimento: queste idee, nonostante le loro radici nel normale discorso musicale e matematico, rappresentano un allontanamento dall'ortodossia teorica attuale. Una tradizione lunga e consolidata, che risale almeno a Milton Babbitt, modella gli intervalli della pitch class utilizzando coppie di punti, dunque rendendo i teorici incapaci di distinguere un "Do che sale di quattro semitoni verso Mi" da un "Do che scende di otto semitoni a Mi". Le motivazioni per questo approccio sono complesse, ma un fattore importante è che Babbitt, come molti altri fondatori della teoria musicale americana, ha composto musica a dodici toni, uno stile senza precedenti nel suo approccio radicale all'equivalenza di ottava (figura 104). Un altro probabile fattore è stato il desiderio di Babbitt di identificare le similarità fra i mondi dell'intonazione e del ritmo, due domini che sembrano più vicini quando identifichiamo intervalli con coppie di punti.⁶³ Queste motivazioni sono comparse insieme a forza nel lavoro dello studente di Babbitt David Lewin, che ha proposto "coppie

⁶²Vedi capitoli 4 e 9 di AGOM.

⁶³Se modellizziamo gli intervalli della pitch class utilizzando coppie di punti, essi saranno isomorfi agli intervalli che connettono i "punti temporali" (o posizioni in una battuta). Al contrario, se utilizziamo cammini nello spazio delle pitch class, allora i percorsi negativi non sono possibili nel dominio del ritmo, poiché procedono indietro nel tempo.

di punti” come sistema generalizzato per pensare ai vettori musicali in una vasta ma non specificata gamma di contesti. (Una “trasformazione”, o “intervallo generalizzato” di Lewin è essenzialmente un elenco di coppie di punti in un certo spazio musicale).⁶⁴ L’approccio di Lewin fa eco praticamente a tutti i libri di testo della teoria musicale del XX secolo, che insieme non offrono agli studenti nessun modo di formulare il seguente semplice pensiero: “Sol, in qualsiasi ottava, si sposta verso il basso di quattro semitoni fino al Mib”.⁶⁵

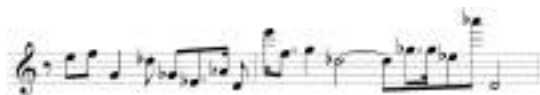


Fig. 104 Due realizzazioni della riga [dodecafonica] nella Suite per Pianoforte di Schoenberg, op.25. Esse sono correlate da una forma di spostamento di ottava relativamente estrema, con note individuali che si muovono in modo indipendente.

La teoria del voice leading propone due deviazioni da questa tradizione. A livello tecnico offre un approccio più generale ai vettori musicali, andando oltre le “coppie di punti” per assegnare numeri reali alle classi di intonazione, permettendoci così di catturare i modi particolari in cui dette classi si muovono lungo il cerchio. Allo stesso tempo, la teoria del voice leading è più concreta nelle sue aspirazioni estetiche, evidenziando una specifica classe di vettori musicali e non un più generico e non specifico “atteggiamento trasformatore”. Laddove, dunque, i teorici della teoria trasformatore spesso gravitano attorno a collezioni di vettori musicali *ad hoc* oppure a uniche collezioni di vettori musicali su misura per pezzi specifici, o persino particolari passaggi musicali, io mi focalizzo invece su una singola classe di trasformazioni musicali, il moto

⁶⁴Alcune volte, Lewin restringe queste liste in diversi modi: qualche volta egli richiede che ciascuna coppia di punti appaia esattamente una volta nella lista; altre volte, egli richiede che ciascun punto nello spazio appaia come il primo elemento di una precisa coppia, e così via (Lewin, 1987).

⁶⁵Vedi (Rahn, 1980; Straus, 2004) fra molte altre referenze.

delle parti, che svolge un ruolo centrale dal Medioevo a oggi. Sto quindi proponendo uno strumento piuttosto che un contesto, un algoritmo anziché un intero linguaggio informatico. Un ostacolo alla comprensione di questo approccio è forse la sua combinazione di una accresciuta generalità matematica (che va oltre le coppie di punti e abbraccia lo spazio tangente) con obiettivi analitici più restrittivi.


Calcolo del moto delle parti

Virtualmente ogni cosa che può essere definita può essere misurata, e i moti delle parti non fanno eccezione. Fortunatamente vi è un'alternativa alla noiosa attività di metterli a punto uno per uno: se abbiamo una considerevole collezione di partiture leggibili attraverso il computer, e se queste partiture sono state sufficientemente annotate — in modo che il computer riconosca gli accordi e la tonalità in ogni punto temporale — allora è possibile estrarre automaticamente il moto delle parti.

La figura 105 mostra le prime due battute del primo corale di Bach nella raccolta Riemenschneider, un'annotazione esemplificativa che identifica gli accordi e le tonalità nel formato “testo romano”, e il moto delle parti automaticamente estratto da questi dati. Essi sono trasposti alla tonalità di Do in modo che la tonica sia indicizzata con 0.

Negli ultimi anni, ho compilato un dettagliato database di queste partiture annotate e leggibili attraverso il computer, che al momento contiene 1000 composizioni da Dufay a Brahms, e che include l'intero insieme dei corali di Bach, tutte le Sonate per pianoforte di Mozart, e molti altri pezzi interessanti. Durante la generazione dei dati, ho cercato di bilanciare l'ampiezza con la profondità, in modo che potessi esaminare le pratiche musicali al variare del tempo, acquisendo al tempo stesso una prospettiva dettagliata sugli idioletti dei singoli compositori. I corali di Bach sono particolarmente utili a questo scopo sia perché sono centrali nella pedagogia tradizionale sia perché identificano esplicitamente voci e frasi. (È molto più

difficile per un computer identificare frasi e voci in una sonata classica per pianoforte). Ci sono, inoltre, abbastanza corali per fornire informazioni piuttosto dettagliate sulla pratica tonale di Bach.



(a)

(b)

I → I	((0, 0), (4, 0), (7, 0), (0, 12))
I → IV6	((0, 0), (4, 1), (7, 2), (0, -3))
IV6 → V6	((0, 7), (5, -3), (9, -2), (9, 2))
V6 → I	((2, -2), (7, -3), (7, 0), (11, 1))
I → V	((0, -1), (4, -2), (7, 0), (0, -5))
V → vi	((2, -2), (7, -3), (11, 1), (7, 2))

(c)

Time Signature: 3/4
m0 b3 G: I
m1 b2 IV6 b3 V6
m2 I b2 V b3 vi

Fig. 105 L’apertura del primo corale di Bach nell’edizione Riemenschneider (a); con accordi e tonalità annotate nel formato “testo romano” (b). Tali annotazioni permettono al computer di estrarre automaticamente il moto delle parti (c).

Possiamo illustrare [questo concetto] considerando, all’interno della teoria tonale, un argomento spinoso: la quinta dell’accordo di $vii^{\circ 6}$ ha una tendenza a risolvere scendendo di grado? I pedagoghi da Hugo Riemann a Stephen Laitz asseriscono che lo faccia.⁶⁶ Questo è intuitivamente plausibile, poiché la quinta dell’accordo forma un tritono con la fondamentale, e poiché la corretta risoluzione di questo tritono è spesso considerata come un segno distintivo di tonalità funzionale. Inoltre, la triade vii° contiene la terza, la quinta e la settima dell’accordo V^7 , e qualche volta è stata considerata come la forma incompleta di tale accordo (Riemann, 1986, pagine 70-72). Poiché $\hat{4}$ quasi sempre risolve al $\hat{3}$ quando V^7 si muove verso il I, avrebbe senso se lo facesse anche quando $vii^{\circ 6}$ risolve.

⁶⁶Ad esempio, (Laitz, 2008, pagina 237), (Riemann, 1986, pagine 70-71), (Roig-Froncoli, 2003, pagina 398).

In mancanza di dati quantitativi, i teorici hanno poche opzioni, se non quelle di impegnarsi in questo tipo di congetture intuitive (“avrebbe senso se...”). ma possiamo fare di meglio: nelle 201 progressioni $vii^{o6} \rightarrow I$ nei corali di Bach, il più frequente singolo moto delle parti, che compare nel 45% dei casi, è uno in cui il tritono *non* risolve come consigliato dai libri di testo. Al contrario, le tre voci superiori suonano una triade diminuita completa che si muove salendo di grado in moto contrario rispetto al basso (figura 106).



Fig. 106 I più comuni moti delle parti nella progressione $vii^{o6} \rightarrow I$ nei corali di Bach. Il tritono in generale non tende a risolvere.

Più in generale, il numero di casi in cui il moto delle parti in cui il tritono non risolve supera quelli in cui risolve, e le progressioni $vii^{o6} \rightarrow I$ con maggiore probabilità mostrano un $\hat{4}$ che sale di grado e non uno che scende di grado. Questo suggerisce che il quarto grado della scala è sostanzialmente più autonomo nel vii^{o6} che nel V^7 , e perciò esso non è obbligato affatto a “risolvere”: alcune volte sale, altre volte scende, ma è ampiamente coerente con le altre necessità musicali. Questa situazione è in forte contrasto con la progressione $V^7 \rightarrow I$, dove il $\hat{4}$ risolve discendendo di grado più del 95% delle volte.⁶⁷

⁶⁷Si noti che è molto più probabile che il tritono in vii^{o6} risolva quando esso appare come una quinta diminuita piuttosto che come una quarta eccedente, probabilmente perché Bach non apprezza le quinte diminuite che si muovono verso le quinte giuste; la quinta diminuita è particolarmente comune nella progressione $vii^{o6} \rightarrow I^6$, una delle armonizzazioni principali di Bach del passaggio melodico $\hat{4} \rightarrow \hat{3}$.

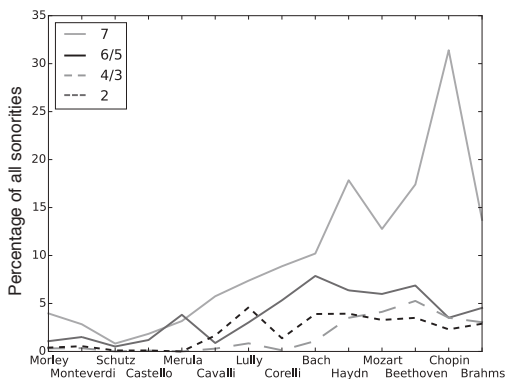


Fig. 107 La prevalenza delle diverse inversioni degli accordi di settima nei secoli XVIII e XIX. V^4_3 è l'ultima inversione a comparire.

La pedagogia tradizionale ci insegna che una settima in un accordo deve risolvere scendendo poiché è dissonante rispetto alla fondamentale, ma questo modo di pensare sarebbe stato estraneo ai compositori che hanno compreso le armonie relativamente alla voce inferiore: per essi l'accordo V^4_3 sarebbe problematico poiché *la fondamentale* è dissonante rispetto al basso, con il suo naturale tono di risoluzione già presente nell'accordo stesso. Per questo motivo, forse, l'accordo V^4_3 costituisce l'ultima delle inversioni dell'accordo di settima ad essere adottato dai compositori occidentali, rimanendo infrequente persino durante il Barocco (figura 107).



Fig. 108 V^4_3 può essere compreso come un discendente [accordo derivato da] di $vii^{\circ 6}$, in cui la fondamentale agisce come pedale tonale.

Dovremmo dunque invertire l'ordine tradizionale delle spiegazioni. Invece di pensare al vii^{o6} come una forma incompleta del V_3^4 , sarebbe preferibile pensare al V_3^4 come a un discendente del vii^{o6} , uno in cui il quinto grado della scala agisce come una sorta di pedale tonale (figura 108).

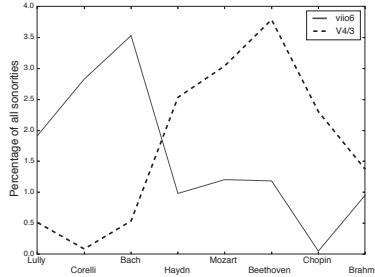


Fig. 109 V_3^4 sostituisce vii^{o6} fra Bach e Beethoven.

Da questo punto di vista, il comportamento anomalo del $\hat{4}$ nella progressione $V_3^4 \rightarrow I^6$ non sembra più strano; invece esso prosegue la pratica precedente in cui vii^{o6} supporta un $\hat{4}$ ascendente. E infatti, quando schematizziamo la frequenza storica dei due accordi, troviamo V_3^4 che rimpiazza vii^{o6} fra le ere barocca e classica (figura 109). L'esplorazione quantitativa del comportamento del moto delle parti ci può quindi aiutare non soltanto ad evitare errori pedagogici (descrivendo scorrettamente il tipico moto delle parti nella progressione $vii^{o6} \rightarrow I$), ma anche a raggiungere una nuova comprensione dell'armonia tonale e della sua storia. Vediamo che può non esservi un'unica risposta ad alcune delle più basilari domande sulla musica tonale (ad esempio "qual è l'accordo standard di dominante sul $\hat{2}$?"). Vi sono invece risposte diverse per compositori diversi (Bach utilizza il vii^{o6} ; Beethoven utilizza il V_3^4). La pratica armonica, in altre parole, continua a evolversi da Corelli a Brahms.

Per una seconda illustrazione dell'approccio quantitativo, consideriamo la progressione $IV \rightarrow I$. Una lunga tradizione teorica delinea una forte distinzione fra questa progressione di quinta ascendente e

la sua apparente controparte, la discendente $V^{(7)} \rightarrow I$: secondo questa linea di pensiero, la progressione di quinta in $IV \rightarrow I$ non è affatto armonica; essa è invece fondamentalmente materia di *vicinanza del moto delle parti* in cui $\hat{4}$ scende al $\hat{3}$ e il $\hat{6}$ scende al $\hat{5}$. Questa concezione ha le sue radici nella teoria schenkeriana, che tende a trattare le progressioni $I \rightarrow IV \rightarrow I$ come “semplicemente contrappuntistiche”. Ma compare anche nel lavoro di Daniel Harrison, che scrive in un modo più armonico, in vena riemanniana: Harrison identifica la “sottodominantività”⁶⁸ con i moti $6 \rightarrow 5$ e $4 \rightarrow 3$, fondendo dunque Schenker con Riemann in modo da espandere il concetto di “sottodominante” (Harrison, 1994).

Cosa dicono allora i dati quantitativi? La progressione $IV \rightarrow I$ è fondamentalmente associata a un particolare moto delle parti? La risposta è, a mio parere, abbastanza sorprendente: dal Rinascimento, passando per Bach, si trovano spesso progressioni $IV \rightarrow I$ rappresentate da un moto delle parti *ascendente*, in cui il sesto grado della scala sale alla tonica attraverso una nota di passaggio “non armonica” (figura 110). Queste “sottodominanti ascendenti” hanno un inconfondibile sapore di dominante, poiché esse presentano la sensibile (e spesso, risolvendo il tritono), considerato centrale nella funzione della dominante. Tali accordi di IV quasi-dominante si presentano più frequentemente nel corso del diciassettesimo secolo, divenendo particolarmente comuni in Bach (figura 111).⁶⁹

Straordinariamente, il moto delle parti scompare completamente nelle decadi fra Bach e Mozart. Una volta che raggiungiamo lo stile classico, la “vicinanza” da libro di testo $IV \rightarrow I$ è ascendente, mentre la più ambigua “sottodominante ascendente”, sfuggente a una categorizzazione, è del tutto scomparsa.⁷⁰

⁶⁸N.d.T. Neologismo per “subdominantness.”

⁶⁹Infatti l'ascendente $IV \rightarrow I$ è soltanto uno dei numerosi idiomi caratteristici di Bach, tutti caratterizzati dal movimento $\hat{6}-\hat{7}-\hat{1}$. Questi includono l'idioma $ii^6 \rightarrow vii^{\circ 6}$, che compare spesso nelle crome e non nelle semiminime, e la progressione $IV^6 \rightarrow vii^{\circ 7} \rightarrow I$, che appare insolitamente spesso nei lavori di Bach.

⁷⁰È difficile fornire numeri precisi, poiché non è ancora possibile estrarre il moto delle parti dalle texture pianistiche; ma ho esaminato ogni progressione



Fig. 110 Due moti delle parti per IV→I. A sinistra il moto delle parti standard “di vicinanza”; a destra, il quasi dominante “IV→I ascendente”.

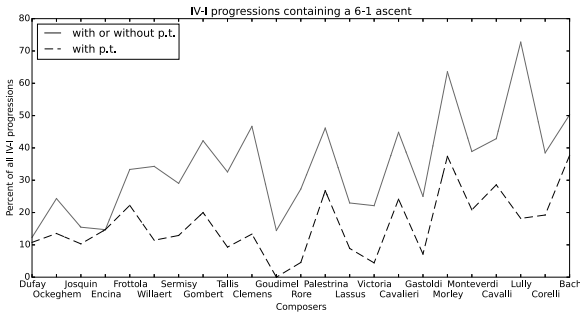


Fig. 111 La proporzione delle progressioni IV→I in cui $\hat{6}$ sale a $\hat{1}$, con un conto separato di quei [passaggi] contenenti $\hat{7}$ come nota di passaggio [passing tone]. Queste proporzioni si incrementano da Dufay a Bach.

Qui, nuovamente, vediamo cambiamenti sostanziali che compaiono all’interno del “periodo della pratica comune”, con la tonalità di Bach che era notevolmente diversa da quella di Mozart e di Beethoven. Alcuni pedagoghi, di fronte a questa diversità, potrebbero essere tentati di scegliere un repertorio più limitato come paradigmatico o centrale; e dunque l’interpretazione schenkeriana del IV→I, adesso codificata in molti libri, rappresenta un’implicita valorizzazione della pratica classica viennese. La mia inclinazione personale è opposta: per me, l’armonia funzionale è un insieme ampio e flessibile di idiomi che sono comparsi molto gradualmente e che sono

IV→I dei compositori classici nel mio database e ho trovato pochissimi esempi di questi moti delle parti.

stati personalizzati da compositori diversi in modi diversi. Anziché una struttura monolitica che possieda una rigidità matematica o concettuale, essa è una tradizione in evoluzione che resiste a facili generalizzazioni. Trovo naturale celebrare e insegnare tale diversità, presentando agli studenti una gamma di possibilità invece di un insieme di leggi singole e immutabili.

Questi esempi sottolineano il punto che il moto delle parti non è qualche presunzione teorica applicabile soltanto ad alcuni passaggi sparsi attraverso la letteratura; al contrario, possiamo trovare il moto delle parti virtualmente ovunque, possiamo identificare armonie e voci. Questo a sua volta si ricollega alla mia precedente osservazione sulla specificità metodologica.

Quando ero uno studente, sentivo spesso che la teoria musicale evitava domande sul *come* le sue trasformazioni avrebbero potuto essere assimilate nella cognizione del compositore o dell'ascoltatore. A volte sembrava che i teorici pensassero che fosse sufficiente semplicemente identificarne alcuni complicati pattern musicali, o mostrare che un passaggio musicale potrebbe essere modellato da una sorprendente formula matematica, senza fondare ulteriormente le loro analisi in qualcosa come la pratica pedagogica, il pensiero teorico contemporaneo o la conoscenza compositiva implicita. Questo mi ha fatto temere che le analisi potessero sfruttare le caratteristiche puramente casuali della musica, i sottoprodotti inevitabili ed essenzialmente casuali di secoli di sperimentazione con la stessa piccola raccolta di note. (Considerando un gran numero di composizioni, è inevitabile che ci sia un breve passaggio di musica che, per puro caso, esemplifichi praticamente qualsiasi modello matematico). Nella mia ricerca ho cercato di proporre concetti ampiamente applicabili che si avvicinino alla conoscenza implicita di compositori e ascoltatori: penso che sia praticamente certo che compositori come Bach o Chopin avessero una conoscenza virtuosistica dei percorsi contrappuntistici da un accordo all'altro e che manipolassero qualcosa di molto simile al moto delle parti, come l'ho definito. In questo senso, la teoria del voice leading aspira a essere paragonata all'analisi con

numeri romani⁷¹ nella sua generalità e realtà psicologica. E questa aspirazione a sua volta è motivata dall'obiettivo di trattare la teoria della musica in un modo che sia veramente esplicativo, una teoria della musica che ci aiuti a capire perché la musica è così.

Moto delle parti canonico

Una volta che abbiamo definito i moti delle parti possiamo iniziare a teorizzarli, identificando specifiche classi di moti delle parti che siano teoricamente o compositivamente interessanti. Per esempio, diciamo che un moto delle parti è *canonico* se esso soddisfa due criteri: primo, esso connette due accordi correlati per trasposizione, e, secondo, esso agisce come un *ciclo* sugli elementi dell'accordo — è cioè possibile numerare gli elementi del primo accordo per far sì che il moto delle parti mandi l'elemento 1 in qualche trasposizione dell'elemento 2, l'elemento 2 in qualche trasposizione dell'elemento 3, e così via, fino all'ultimo elemento, che è inviato in qualche trasposizione del primo.⁷²

Per esempio, consideriamo il semplice moto delle parti (Do, Mi, Sol)→(Re, Sol, Si), che possiamo scrivere come (fondamentale, terza, quinta)→(quinta, fondamentale, terza). Il primo criterio è soddisfatto perché il moto delle parti connette due triadi maggiori; il secondo è soddisfatto perché la fondamentale del primo accordo (elemento 1) è inviata alla quinta del secondo (elemento 2), la quinta del primo accordo è inviata alla terza del secondo (elemento 3) e la terza è inviata alla fondamentale. Si noti che possiamo considerare gli accordi di Do e di Sol maggiore correlati o dalla trasposizione cromatica di

⁷¹N.d.T. Con gradi armonici.

⁷²Osserviamo che ogni moto delle parti genererà un canone purché permutiamo le voci in modo appropriato quando si applicano ad accordi successivi. I semplici moti delle parti canonici considerati in questa sezione sono in qualche misura speciali, poiché la trasposizione agisce in modo da riapplicare il moto delle parti; questo significa che essi sono *armonicamente coerenti*, utilizzando soltanto un singolo tipo di sonorità.

sette passi, o dalla trasposizione diatonica di quattro passi; a seguire sottolineeremo l'interpretazione diatonica.

Il termine “moto delle parti canonico” potrebbe suonare paradossale, poiché un moto delle parti è qualcosa che si verifica a uno specifico istante mentre un canone è esteso nel tempo. Ma i nostri criteri sono scelti precisamente perché possiamo ottenere canoni attraverso l'*iterazione* del pattern basilare del moto delle parti. Trasponiamo cioè il moto delle parti in modo da poterlo applicare all'accordo che risulta da ciascuna applicazione del moto delle parti.⁷³ Consideriamo la sequenza (Do, Mi, Sol)→(Re, Sol, Si)→(Fa, La, Re)→..., che ripetutamente invia la fondamentale alla quinta, la quinta alla terza, e la terza alla fondamentale.



Fig. 112 Il moto delle parti canonico (Do, Mi, Sol)→(Re, Sol, Si) produce una serie di arpeggi che scendono di terza.

La figura 112 mostra che questo produce una serie di arpeggi ascendenti, ciascuno una quarta sotto (o una quinta sopra) l'accordo che lo precede, con le voci che si combinano per produrre una serie di armonie triadiche.⁷⁴ Si noti che il primo pattern scorre attraverso le inversioni delle tre triadi, le quali producono accordi $\frac{6}{4}$ nel primo ottavo di ogni battuta.

⁷³Bisogna prestare una particolare attenzione quando il moto delle parti può essere trasposto in diversi modi non equivalenti da un accordo all'altro (come nelle nostre precedenti discussioni sul tritono), poiché soltanto una trasposizione coerente produrrà un canone.

⁷⁴In realtà, il moto delle parti nell'esempio è (Do, Mi, Sol) $\xrightarrow{-10,3,4}$ (Re, Sol, Si), ma questa differenza non è rilevante per il seguito.



Fig. 113 Tre moti canonici delle parti formanti ciascuno una triade melodica ascendente.

Sebbene non sia ovvio, il moto delle parti (Do, Mi, Sol)→(Re, Sol, Si) è strettamente correlato agli altri due moti delle parti: primo, il voice leading canonico (Do, Mi, Sol)^{4,3,-7}→(Mi, Sol, Do), che sovrappone uno schema melodico statico in cima a se stesso; e, secondo, il moto delle parti con un “unisono triplicato” (Do, Do, Do)→(Mi, Mi, Mi), in cui tre voci articolano la stessa catena di triadi ascendenti in ottave e unisoni paralleli.

Questi moti canonici delle parti sono tutti *melodicamente compatibili* nella misura in cui essi possono essere iterati per produrre la stessa sequenza di intervalli melodici, tranne che in un singolo punto; questo significa che possiamo comprenderli come combinazione

della stessa melodia (un arpeggio triadico ascendente) con tre diversi intervalli di trasposizione (t_{-2} , t_0 e t_{-1} , mostrati in figura 113).⁷⁵

In alternativa, possiamo pensare ai tre moti delle parti come al posizionamento di entrate successive dell'arpeggio una terza sopra, una terza sotto e proprio sulla seconda nota della voce precedente. Dei tre moti canonici delle parti, i primi due sono *armonicamente simili* in quanto producono triadi complete come sonorità verticali. (Il terzo canone produce l'unisono come un'armonia, in quanto è un sottoinsieme della triade). Ancora più interessante, tutti e tre insieme sono *armonicamente compatibili*, nel senso che uno può passare da un intervallo di ripetizione all'altro mentre continua a produrre triadi armoniche o sottoinsiemi triadici (Fig. 114).



Fig. 114 Tre moti canonici delle parti possono essere combinati per formare armonie con triadi o sottoinsiemi triadici.

La figura 115 mostra come Luca Marenzio usi questi tre moti canonici delle parti nella sezione culminante del madrigale “Ahi, dispietata morte!” (1585). La musica che accompagna le parole “Non posso seguire” si basa su un’antica associazione fra i canoni e l’idea di “seguire”, qui drammatizzando l’incapacità di chi parla di seguire nell’aldilà il suo amante morto — una sorta di rappresentazione

⁷⁵Il canone in figura 113 in alto muove le sue voci di +4, +3 e -10 semitoni, mentre il secondo canone muove le sue voci di +4, +3 e -7; interpretiamo “la melodia” come qualcosa che coinvolge gli intervalli condivisi (4, 3), con gli intervalli rimanenti che rappresentano una trasposizione non melodica a un nuovo punto di inizio. Le melodie sono “le stesse” soltanto se ignoriamo questa trasposizione non melodica.

contraria alla realtà o negativa in cui la musica illustra quello che il testo riconosce come impossibile.

The image shows a musical score for a section of "Ahi, dispietata morte!" by Marenzio. The score is written in 6/4 time and features a complex canon structure. The notes are arranged in two staves: a treble clef staff and a bass clef staff. The notes are: C, E, G, D, F, A, E, G, B, B, D, F, A, G, B, D, A, C, E, D, F, A, C, E, G, D, F, A, E, G, B, D, D, F, A. The notes are grouped into three canons: Canon 1 (D, F, A, E, G, B), Canon 2 (C, E, G, D, F, A), and Canon 3 (B, D, F, A). The notes are also grouped into three canons: Canon 1 (D, F, A, E, G, B), Canon 2 (C, E, G, D, F, A), and Canon 3 (B, D, F, A). The notes are also grouped into three canons: Canon 1 (D, F, A, E, G, B), Canon 2 (C, E, G, D, F, A), and Canon 3 (B, D, F, A).

Fig. 115 La sezione canonica di “Ahi, dispietata morte!” di Marenzio.

Marenzio accresce l'interesse musicale del frammento aggiungendo note di passaggio all'arpeggio ascendente e occasionalmente prolungando la nota iniziale. Passando abilmente tra le prime due voci del moto delle parti, evita gli accordi in 6/4 inerenti al primo schema; verso la fine, egli estende l'arpeggio ascendente da tre note a quattro, sovrapponendo questo nuovo motivo di quattro note alle stesse note in terze parallele. Mi ci è voluto molto tempo per rendermi conto che questi arpeggi estesi, che incorporano visibilmente due versioni separate del modello triadico di base, possono essere interpretati alla luce del moto delle parti che conduce alla figura 113 (c), schiacciando voci multiple (e parallele problematiche) in una singola voce non problematica.

L'intero passaggio è quindi costruito a partire da una singola classe di moti canonici delle parti strettamente correlati. (Se e in che senso Marenzio abbia capito quest'ultimo punto è una domanda affascinante). Il risultato è un'immagine meravigliosamente intricata

di desiderio che non può essere esaudito, un sottile ritratto musicale della fantasia del superamento della morte.

Chiaramente, questi moti canonici delle parti funzionano perché la triade è un oggetto simmetrico con una simmetria interna, una pila di terze, che viene utilizzata sia in orizzontale che in verticale. (Cioè: la melodia arpeggia lo stesso oggetto che è utilizzato come sonorità verticale).



Fig. 116 La tecnica canonica di Marenzio generalizzata a cluster diatonici (in alto) e accordi con quarte (in basso).

La figura 116 traduce i canoni di Marenzio in un contesto musicale che consente cluster armonici (pile di seconde) e accordi di quarta (pile di quarte). Questi passaggi provengono dagli schizzi per *I cannot follow*, un pezzo che ho composto per esplorare l'associazione di Marenzio tra canone, “seguire” e desiderio di sfuggire alla morte. Lo menziono qui per mostrare come la teoria musicale possa aiutare i compositori moderni ad aggiornare le tecniche delle epoche precedenti: un singolo viaggio concettuale può iniziare con l'analisi, nella realizzazione della meravigliosa struttura canonica inerente al madrigale di Marenzio, il progresso verso la teoria e la sistematizzazione e generalizzazione delle sue procedure (producendo definizioni come “voce canonica guida” e così via) e alla fine approdare a una com-

posizione. Questo viaggio, dall'analisi alla creazione, offre un altro assaggio della teoria musicale come vorrei praticarla, uno sforzo che giace nel terreno fertile tra ragionamento logico, riascolto creativo e invenzione musicale.

the underlying canon

we slow the pattern down by a factor of 2, staggering the eighth-note motion in the upper voices

the canon, slightly altered

chorale 115, first phrase

soprano and tenor trade

voices exchange, avoiding augmented second doubled i.t. inverted (*)

Fig. 117 Il moto delle parti canonico (La, Do♯, Do♯, Mi)→(Sol♯, Si, Mi, Sol♯) come compare nel Corale 115.

La figura 117 mostra un canone ancora più intricato che sorge dal moto delle parti (Re, Fa♯, Fa♯, La)→(Do♯, Mi, La, Do♯). Questo moto delle parti connette due triadi maggiori con la terza raddop-

piata, generando un'estensione dell'arpeggio melodico di Marenzio e apparendo qui con le stesse note di passaggio.⁷⁶

Il resto dell'esempio mostra come appare il canone — considerevolmente nascosto — nell'ultima frase del corale n.115 di Bach (raccolta Riemenschneider). Il moto canonico delle parti compare due volte in forma letterale, portando il Re al La e al Mi; il ritmo armonico quindi rallenta in modo che ciascun accordo duri per due pulsazioni. Ciò si ottiene in due modi diversi: in primo luogo scaglionando i movimenti delle due terze ascendenti in modo che avvengano in sequenza, e, in secondo luogo, espandendo le armonie in modo che ciascuna duri per due pulsazioni (riga 2). (Si noti che il canone si presenta su un mutevole sfondo tonale, che implica in successione Re maggiore, La maggiore, Mi maggiore e Si minore; nota anche la presenza di $\hat{4}\text{-}\hat{3}\text{-}\hat{2}$ melodici e di $\hat{6}\text{-}\hat{7}\text{-}\hat{1}$ bassi, entrambi caratteristici dell'uso che Bach fa del moto delle parti). L'arte contrappuntistica è tanto più notevole per lo svolgersi su una melodia preesistente non composta da Bach, e per essere nascosta alla fine di un corale altrimenti ordinario: è lì per coloro che sanno ascoltare, ma è assolutamente impercettibile altrimenti.

La figura 118 fornisce un secondo passaggio dalla fine del corale 335, che utilizza lo stesso schema canonico di moto delle parti sotto il medesimo schema melodico $\hat{4}\text{-}\hat{3}\text{-}\hat{2}$. Avendo suonato questi pezzi innumerevoli volte, ricordo bene il mio stupore quando ho realizzato per la prima volta cosa fossero: era come trovare un capolavoro del Rinascimento affrescato in una posizione inaccessibile, forse un armadio o una cantina, e la scoperta mi ha lasciato felicemente insonne — stordito dal pensiero che i canoni sarebbero potuti passare completamente inosservati da quando Bach li ha composti.

⁷⁶Si noti che, per far funzionare il canone, occorre etichettare le note in (Re, Fa♯, Fa♯, La) come 1, 2, 3, 4 e quelle in (Do♯, Mi, La, Do♯) come 2, 4, 1, 3. Etichettando il secondo accordo 3, 4, 1, 2 non si produce il canone.



Fig. 118 Il moto canonico delle parti nel Corale 335.

Geometria

Finora mi sono concentrato sul lavoro relativamente semplice del conteggio e della teorizzazione riguardante i moti delle parti. Ciò è parzialmente dovuto al fatto che la mia precedente ricerca sia stata spesso associata al progetto di *visualizzazione* delle relazioni musicali, al punto in cui si potrebbe concludere che la visualizzazione è il principale vantaggio nel considerare il moto delle parti. Qui ho cercato di contrastare questa impressione dimostrando che c'è molto lavoro da fare anche quando evitiamo del tutto la visualizzazione. Piuttosto, la geometria può guidarci a livello concettuale, ad esempio mostrando come potremmo riformulare il concetto tradizionale di intervallo della pitch class usando lo spazio tangente, o incoraggiandoci a concepire i moti delle parti come “attaccati” agli accordi

piuttosto che come “trasformazioni” da spostare attraverso l'intero spazio musicale. Quindi la geometria è cruciale più per i suoi concetti di base che per le sue immagini.

Tuttavia, è vero e straordinario che possiamo visualizzare i moti delle parti come vettori o percorsi negli “spazi delle configurazioni” che rappresentano tutti i possibili moti delle parti fra tutti i possibili accordi di n note.

Questi spazi sono tutti a forma di ciambelle (“tori”)⁷⁷ ritorte di dimensioni superiori, con una dimensione circolare che rappresenta il moto delle parti ascendente e discendente; un giro completo attorno a questa dimensione produce ciò che i musicisti chiamano “trasposizione scalare”. Le altre dimensioni, che formano una sezione trasversale (di dimensione $n - 1$) dello spazio, comprendono un “simpleso” o “triangolo generalizzato”; gli accordi che dividono l'ottava in modo quasi uniforme (comprese le triadi maggiori e gli accordi di settima di dominante) si trovano vicino al centro, mentre gli accordi irregolari come i cluster si trovano vicino ai bordi. Ogni tipo di accordo appare n volte in ogni sezione trasversale, corrispondente ai suoi diversi n “modi” o inversioni. I confini del simpleso sono “singolarità” che agiscono come specchi, contenenti accordi con due o più copie di una singola nota; per questo motivo gli spazi sono noti come “varietà orbitali” [orbifold]. I moti delle parti (o vettori) possono essere associati a percorsi negli spazi, permettendoci di tradurre passaggi contrappuntistici a n voci in traiettorie visualizzabili, la cui lunghezza rappresenta la “dimensione” della voce principale associata.⁷⁸ Limitando la nostra attenzione alle porzioni di questi spazi possiamo ottenere modelli a dimensioni ridotte che descrivono i moti delle parti tra gli accordi considerati, anche quando i nostri accordi possiedono un gran numero di note; in effetti, *qualunque* modello geometrico adeguatamente fedele al moto delle parti appa-

⁷⁷N.d.T. Il toro è una figura geometrica a forma di ciambella. Si può vedere come un solido di rivoluzione, dato dalla rotazione di un cerchio nello spazio tridimensionale attorno a un asse sullo stesso piano del cerchio.

⁷⁸La dimensione del moto delle parti è un'appropriata funzione delle lunghezze dei suoi percorsi; vedi AGOM, capitolo 2.

rirà inevitabilmente come una sottoregione in uno di questi spazi universali.

Per brevità qui non descriverò questi spazi in dettaglio; considererò invece la filosofia sottesa alla loro costruzione. (I lettori interessati sono invitati a consultare *A Geometry of Music*, che spiega gli spazi e li utilizza nell'analisi). Uno dei principali ostacoli allo sviluppo di una vera geometria musicale è stato il problema dell'identità accordale: un accordo come {Do, Do, Mi, Sol} con due "copie" della nota Do deve essere considerato uguale o diverso da {Do, Mi, Sol}? Che dire degli accordi incompleti come {Do, Sol} o {Do, Mi}: sono equivalenti fra loro? O alla triade di Do maggiore? Gli accordi a tre note dovrebbero occupare lo stesso spazio degli accordi a due note? Intuitivamente non è affatto ovvio come dovremmo rispondere a queste domande, e diversi teorici hanno avuto intuizioni diverse sul come procedere. Storicamente, questo ha portato a una vasta sfilata di modelli grafici costruiti secondo una varietà di differenti presupposti, senza standard chiari per confrontarli e valutarli.

Tutto questo è stato chiarito da ciò che io penso come la "Regola d'oro" della geometria del moto delle parti, vale a dire che *ogni punto nello spazio dovrebbe rappresentare un accordo e ogni percorso nello spazio (oppure ogni vettore) dovrebbe rappresentare un moto delle parti*, con l'ampiezza del percorso corrispondente all'ampiezza del moto delle parti. L'effetto della Regola d'oro è stato quello di farsi strada attraverso la giungla dei modelli musicali, indirizzando l'attenzione sul sottoinsieme privilegiato che fornisce rappresentazioni fedeli della struttura sia armonica che contrappuntistica. Sorprendentemente, alcuni popolari modelli teorici della musica hanno fallito questo test (inclusa la venerabile "Tonnetz"), mentre altri modelli apparentemente simili, tra cui la "Cube Dance" di Douthett e Steinbach (1998), sono obsoleti. Non solo la Regola d'oro suggerisce di abbandonare il precedente gruppo, ma ha anche contribuito a fornire una comprensione più profonda di quelli rimasti — dimostrando, ad esempio, che molti di questi grafici avevano una dimensione circolare che rappresenta la trasposizione di scala. Infine, la Regola d'oro ha fornito risposte alle domande del paragrafo precedente, poiché si è

rivelata impossibile da soddisfare quando abbiamo considerato $\{\text{Do}, \text{Do}, \text{Mi}, \text{Sol}\}$ o $\{\text{Do}, \text{Mi}\}$ come equivalenti a $\{\text{Do}, \text{Mi}, \text{Sol}\}$.

Il problema qui è che la costruzione di una geometria musicale è in un certo senso banale; tutto ciò che devi fare è assegnare una struttura geometrica arbitraria ma coerente a una raccolta arbitraria di oggetti musicali e il gioco è fatto. Ciò che non è banale è costruire una geometria che rifletta fedelmente proprietà profonde di autentico interesse musicale. La straordinaria caratteristica del moto delle parti è proprio l'isomorfismo tra punti e accordi, moto delle parti e vettori (o percorsi), scale e misure di distanza, lunghezza e dimensione del moto delle parti — una sorta di dizionario che ci consente di spostarci avanti e indietro fra idee musicalmente interessanti e geometrie affermate. Per comprendere questo dizionario è stato prima necessario chiarire il concetto di moto delle parti, e in questo senso la geometrizzazione e il moto delle parti erano inseparabili.

Avendo usato i moti delle parti per definire una geometria, possiamo invertire la direzione dell'argomento, usando la geometria per estendere la nostra concezione del moto delle parti. Ci si potrebbe chiedere, ad esempio, se sia possibile estendere la definizione del moto delle parti da *accordi* a *tipi di accordo* — ovvero gruppi di accordi correlati per trasposizione. (Queste sono categorie come “l'accordo maggiore in generale” invece di “Do maggiore in particolare”; a volte vengono chiamate “classi di insiemi traspositivi”). Abbiamo intuizioni abbastanza chiare sul moto delle parti nel contesto di particolari accordi maggiori, ma soltanto una vaga idea di come applicare queste intuizioni agli accordi maggiori in astratto. Qual è l'analogo, per i tipi di accordo, del moto delle parti dove una triade maggiore si sposta su una triade minore abbassando la sua fondamentale? D'altra parte, non è nemmeno chiaro se la domanda sia ben definita.

Una volta che abbiamo in mano l'approccio geometrico, tuttavia, possiamo andare avanti. La chiave è di nuovo la Regola d'oro: se possiamo usare la nostra geometria per costruire uno spazio di tipi di accordo, allora possiamo sperare che i percorsi in questo nuovo spazio siano ragionevoli candidati per il ruolo di “moti delle parti fra tipi

di accordo”. Lo spazio dei tipi di accordo è fortunatamente ottenuto dallo spazio degli accordi attraverso la semplice operazione geometrica di *proiezione* (una sorta di “incollamento” di tutti gli accordi correlati per trasposizione in modo da eliminare una dimensione).

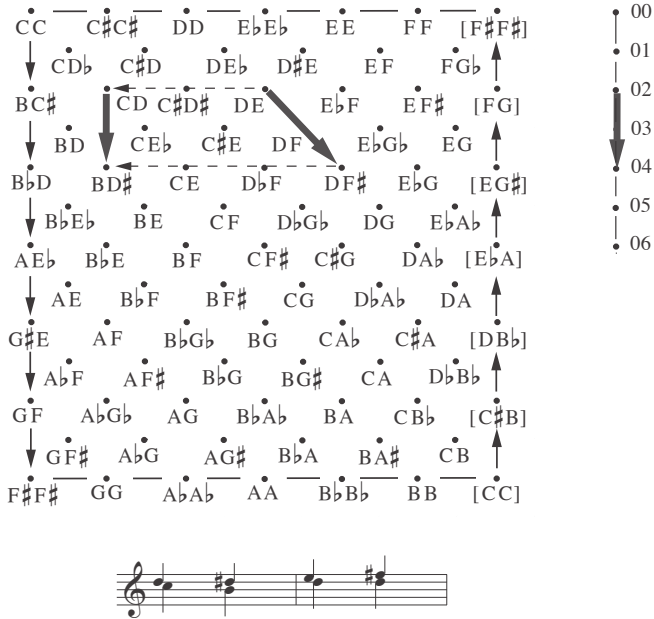


Fig. 119 I moti delle parti (Do, Re)→(Si, Re#) e (Re, Mi)→(Re, Fa#) possono essere trasformati l’uno nell’altro per mezzo di una trasposizione indipendente, e perciò rappresentano lo stesso moto delle parti fra i tipi di accordo “seconda maggiore” e “terza maggiore”.

Questo è illustrato nel caso bidimensionale dalla figura 119, la quale mostra che due diversi moti delle parti si proietteranno sulla stessa linea-segmento nello spazio dei tipi di accordo se essi possono essere collegati attraverso una *trasposizione indipendente dei loro due accordi*. Pertanto, ad esempio, il moto delle parti (Do, Re)→(Si,

$Re\sharp$) può essere trasformato in $(Re, Mi) \rightarrow (Re, Fa\sharp)$ trasponendo di due semitoni il primo accordo, mentre si traspone di tre semitoni il secondo accordo. (Se dovessimo consentire alle voci di scorrere dal primo accordo al secondo, i due moti delle parti attraverserebbero esattamente la stessa sequenza di tipi di accordo lungo il percorso). Quindi essi rappresentano lo stesso “moto delle parti fra tipi di accordo”; qui una seconda maggiore e una terza maggiore.

Si scopre quindi che un “moto delle parti fra tipi di accordo” può essere identificato con una serie di moti delle parti fra accordi della forma

$$(T_x(Do), T_x(Re)) \xrightarrow{y, 2+y} (T_{x+y}(Do), T_{x+y}(Mi)), \quad (3)$$

per ciascun numero x e y . In *A Geometry of Music* sostengo che i moti delle parti tra i tipi di accordo possono aiutarci a comprendere le possibilità di moto delle parti fra accordi, rivelando relazioni che potrebbero altrimenti essere inaccessibili. La figura 120, ad esempio, mostra un passaggio in cui Stravinsky alterna due tipi di “accordi viennesi di quarte”, con la nota superiore dello schema che arpeggia un paio di triadi. Questi moti delle parti sono equivalenti a moti delle parti altamente efficienti che collegano accordi correlati per inversione (AGOM, §2.9.2).



Fig. 120 I moti delle parti appena prima di R66 nella *Sagra della Primavera* di Stravinsky, mostrati nel pentagramma superiore, sono gli stessi moti delle parti (nello spazio dei tipi di accordo) dei moti delle parti efficienti nel pentagramma inferiore.

La musica di Stravinsky usa questa relazione di base per creare un passaggio in cui tutte le voci si muovono *quasi in parallelo* e

non con una quantità minima di moto, ovvero “quasi zero” (Straus, 2003). Questo è un modo creativo di utilizzare il moto delle parti efficiente, caratteristica della sorprendentemente cerebrale *Sagra della Primavera*.

Conclusione

Perché dovremmo studiare il moto delle parti? Perché vi sono molte strutture da evidenziare.

A livello atomico,⁷⁹ vi è la tendenza a realizzare determinate progressioni attraverso determinati moti delle parti (sezione “Calcolo del moto delle parti”). Più in generale, possiamo fare osservazioni sul contrappunto che possono essere utili per la pedagogia o per la composizione assistita. (Ad esempio, è interessante sapere che Bach usa il più efficiente moto delle parti fra accordi circa il 45% delle volte, e che questi moti delle parti massimamente efficienti si verificano tipicamente nelle voci superiori, mentre il basso tende a saltare). Ancora più in generale, ci sono specie di moti delle parti, come i moti canonici delle parti, che offrono interessanti possibilità compositive. Ma questa è solo la punta dell’iceberg: con lo studio del moto delle parti ancora agli inizi, ci sono vasti territori ancora da scoprire.

Parlando in generale, mi sembra che ci siano almeno cinque tipi di progetti da sviluppare. Il primo è quello di descrivere ciò che potrebbe essere chiamato moto delle parti “predefinito”,⁸⁰ i pattern che si hanno in contesti musicali normali in cui il moto delle parti non è particolarmente al centro dell’attenzione. Possiamo quindi porre domande del tipo “come fa Bach in genere a risolvere l’accordo V⁷?” oppure “come è cambiato il trattamento del moto delle parti nei secoli XVI e XVII?”, o ancora “in che misura diversi compositori utilizzano il più efficiente moto delle parti a loro disposizione?” Le risposte possono aiutare a delimitare il sottofondo inconscio della competenza

⁷⁹N.d.T. Nel senso di unità essenziali.

⁸⁰N.d.T. Nel testo originale si trovano i termini “default” e “routine”.

compositiva — una sorta di conoscenza implicita dispiegata in modo non riflessivo, il tessuto condiviso della pratica musicale comune.

Una seconda strategia è quella di utilizzare ciò che riguarda il moto delle parti per cercare di spiegare le caratteristiche di questo background. Ad esempio, in *A Geometry of Music*, ho osservato che la distanza del moto delle parti sembra correlarsi con la frequenza di modulazione nel senso seguente: le destinazioni modulanti più comuni sono precisamente quelle le cui scale associate sono le più vicine (per moto delle parti) alle scale della tonalità iniziale. Se questo è vero, ciò suggerisce che la concezione implicita della distanza tonale da parte dei compositori potrebbe essere stata basata sulle distanze fra scale — distanze che sarebbero state interiorizzate attraverso innumerevoli ore di esplorazione e improvvisazione. Ho anche notato che le relazioni del moto delle parti possono aiutare a spiegare la grammatica dell'armonia funzionale (vedi AGOM §7.2) e la prevalenza di alcuni tipi di sequenze (§7.3). Allo stesso modo, in lavori inediti, ho usato modelli vocali per cercare di spiegare alcune delle progressioni idiomatiche del rock contemporaneo. Qui la tattica consiste nell'utilizzare relazioni di voice leading per spiegare strutture musicali altrimenti inspiegabili.

Terzo: ancora più in generale, possiamo usare il moto delle parti per provare a tratteggiare o delineare lo spazio degli stili musicali che soddisfano certi vincoli molto generali. Ad esempio, in *A Geometry of Music*, mi domando “secondo quali condizioni possono essere armonicamente collegati accordi simili attraverso un efficiente moto delle parti?” L'obiettivo è mostrare che certe proprietà musicali molto generali si vincolano a vicenda in modo non banale, in modo che abbandonarne una (ad esempio evitando le sonorità consonanti) potrebbe costringerci ad abbandonarne altre (ad esempio connettendo per mezzo di un efficiente moto delle parti accordi uditiivamente simili). Ciò non ha lo scopo di limitare il comportamento dei compositori, ma di chiarire le implicazioni delle scelte compositive — ovvero di aiutare i musicisti a evitare situazioni in cui essi cerchino di conciliare obiettivi intrinsecamente incompatibili.

Quarto: c'è il progetto di approfondire i nostri concetti teorici preesistenti. La sezione “Moto delle parti e vettori” ha osservato che la modulazione può essere intesa come un coinvolgimento del moto delle parti fra le scale; la sezione “Calcolo del moto delle parti” ha utilizzato i dati del moto delle parti per complicare⁸¹ l'interpretazione schenkeriana di IV→I come una “progressione nei dintorni”. Altrove, Clifton Callender, Ian Quinn ed io abbiamo usato il moto delle parti per reinterpretare concetti teorici più tecnici dal contor-no alla similarità fra accordi (Callender et al., 2008). In tutti questi casi la teoria del moto delle parti può dirci qualcosa di nuovo sulle vecchie idee teoriche.

Quinto e ultimo: possiamo studiare quei momenti in cui il mo-to delle parti è in primo piano, divenendo il fulcro dell'attenzione compositiva. Il XIX secolo fornisce gli esempi più noti, con i com-positori romantici che spesso si allontanano dalle routine armoniche funzionali per esplorare il moto delle parti efficiente all'interno dello spazio cromatico — e spesso in modi sorprendentemente sistematici. (Affermazioni simili possono essere fatte per compositori precedenti come Gesualdo). Ho sostenuto che i compositori del XX secolo han-no esteso questa pratica al dominio delle scale, esplorando stretti legami tra scale, come la scala a toni interi, la scala acustica e la scala ottatonica. Ma la sezione “Moto delle parti canonico” ha di-mostrato che possiamo trovare passaggi analoghi anche nella musica relativamente diatonica; in effetti, l'uso creativo del moto delle par-ti può essere rilevato in quasi tutta la tradizione occidentale, dalle messe polifoniche del primo Rinascimento alla *Sagra della Prima-vera* ed oltre. Ecco forse il più grande vantaggio della teoria del moto delle parti, che ci fornisce descrizioni sistematiche di elaborate e belle strutture, conosciute in precedenza soltanto all'interno delle composizioni e in modo intuitivo.

⁸¹N.d.T. Forse “completare”.

Simmetria e trasformazioni nel piano musicale

VI HART

Articolo originale: "Symmetry and Transformations in the Musical Plane." Proceedings of Bridges 2017: Mathematics, Music, Art, Architecture, Culture. Tessellations Publishing, 2017.

Abstract. Il piano musicale è diverso dal piano euclideo: il piano musicale ha due dimensioni diverse e incomparabili, spazio dei pitch e tempo, e non due dimensioni identiche. Simmetria e trasformazioni in musica sono state studiate sia in termini musicali che in termini geometrici, ma non in considerazione di tale differenza. In questo articolo mostriamo esattamente quali trasformazioni isometriche si applichino allo spazio musicale, e come esse possano essere organizzate in pattern ripetuti (schemi di fregio e variazioni sui gruppi delle

simmetrie ornamentali⁸²). Gli schemi di fregio sono creati intuitivamente dai compositori, alcune volte con pattern di colori timbrici o in sequenza, e molti esempi sono qui mostrati. La riflessione sulla simmetria nel piano musicale è utile non soltanto per l'analisi, ma anche come fonte d'ispirazione per i compositori.

Introduzione

I compositori hanno utilizzato la simmetria per centinaia di anni. Qualche volta questo è stato fatto su piccola scala, come quando le note in una battuta di una fuga di Bach sono capovolte nella battuta successiva, o quando un arpeggio è eseguito in senso ascendente e poi discendente. Su larga scala, si possono trovare esempi di costruzioni come canoni cancrizzanti — dove le stesse note sono eseguite avanti e indietro allo stesso tempo (i più famosi esempi nell'*Offerta Musicale* di Bach) — o canone retrogrado e inverso⁸³ — dove lo stesso spartito musicale è eseguito da due musicisti che lo leggono da due punti diversi del tavolo, in modo che le note siano capovolte e invertite (se ne possono trovare esempi in Bach, Mozart e altri). Queste semplici trasformazioni geometriche, che contengono soltanto uno specchio o punto di rotazione, sono ben studiate e comprese da musicisti e da teorici della musica.

Quando si osserva un brano musicale, i teorici della musica cercano di seguire lo sviluppo dei temi e dei motivi. Un motivo (qui utilizzato per indicare una serie di note) si può trovare ripetuto (traslato orizzontalmente), trasposto (traslato verticalmente), invertito (riflesso da uno specchio orizzontale),⁸⁴ in retrogrado (specchio verticale), o in retrogrado inverso (ruotato di 180°). Mostriamo che

⁸²N.d.T. Letteralmente: decorazioni in stile “carta da parati”, wallpaper groups.

⁸³N.d.T. In inglese “table canon”.

⁸⁴N.d.T. Uno specchio verticale produce un rispecchiamento orizzontale e viceversa.

queste trasformazioni e tre altre combinazioni costituiscono tutte le possibili isometrie sul piano musicale. Precisamente, caratterizziamo quali pattern siano simmetrici rispetto a una o più trasformazioni musicali: i sette schemi di fregio, ciascuno mappato orizzontalmente o verticalmente, e i 14 gruppi delle simmetrie ornamentali (fra i gruppi wallpaper euclidei non tutti compaiono, e alcuni compaiono due volte, una volta orizzontalmente e un'altra verticalmente). Prendiamo in considerazione, inoltre, la simmetria trovata quando un motivo si sposta avanti e indietro fra diversi strumenti attraverso pattern di colore, e analizziamo delle sequenze pensandole come schemi di fregio su una diagonale, correlandoli anche a motivi di colore.

La conoscenza di tali pattern potrebbe servire per l'analisi musicale; essa è però ancora più importante per aiutare i compositori ad acquisire consapevolezza delle simmetrie che già utilizzano su base intuitiva, in modo che essi possano acquisire un controllo cosciente sul proprio lavoro.

Studi correlati. Le connessioni fra simmetria matematica e musicale sono state studiate in precedenza (Duffy, 2001), (Hodges, 2003, pagine 91-111). Tali connessioni si focalizzano sulla base delle trasformazioni musicali e sugli schemi di fregio, ma essi non guardano in modo sistematico a tutte le trasformazioni e combinazioni di trasformazioni che sono possibili nel piano musicale; in particolare, esse non considerano pattern di colore, sequenze o gruppi di simmetrie ornamentali.

Trasformazioni su dimensioni ineguali

Trasformazioni. Un insieme di note può essere pensato come un insieme di punti nello spazio a due dimensioni. Il piano musicale, tuttavia, presenta una differenza molto importante rispetto al consueto piano geometrico: le due dimensioni non sono identiche. Il tempo è visto orizzontalmente, mentre lo spazio è mappato verticalmente, e rimane il fatto che il tempo sia diverso dallo spazio, non

soltanto in fisica (come nello spazio-tempo della Relatività Generale⁸⁵), ma non fortemente nella nostra percezione. Il piano musicale, dunque, presenta una minore simmetria rispetto al piano euclideo — per esempio, invece di presentare una simmetria per ciascuna linea di rispecchiamento, il piano musicale ha soltanto assi verticali e orizzontali di simmetria. Questa notevole limitazione, tuttavia, suddivide la maggior parte delle trasformazioni euclidee in due semplici trasformazioni musicali, una orizzontale e una verticale.

Isometrie. Nel piano euclideo, vi sono tre tipi di trasformazioni che preservano le distanze fra tutti i punti o note (isometrie): traslazioni, riflessioni e rotazioni. Sul piano musicale, tutte le trasformazioni devono trattare ciascuna delle due dimensioni separatamente, lasciando le seguenti possibili isometrie: traslazione orizzontale (ripetizione), traslazione verticale (trasposizione), riflessione orizzontale (retrogrado), riflessione verticale (inversione) e combinazione delle precedenti. Si può eseguire una rotazione di 180°, sebbene, in termini musicali, ciò debba essere pensato come una combinazione dei due rispecchiamenti, ed è chiamata retrogrado inverso. Inoltre, la traslazione orizzontale e la traslazione verticale possono essere combinate per ripetere un motivo in una diversa tonalità (si parla anche di trasposizione). L'ultima combinazione è l'antitraslazione,⁸⁶ una traslazione più una riflessione, la quale si presenta anch'essa in due tipologie: se l'asse di antitraslazione è orizzontale, l'inversione segue il motivo, mentre se è verticale, il motivo è seguito dal suo retrogrado trasposto. Due istanze isometriche di un motivo sono correlate esattamente attraverso una di queste otto trasformazioni geometriche, vedi figura 121.

La scelta di una scala per il pitch. Il pitch, oltre a essere del tutto diverso dal tempo, può essere misurato in modi diversi. La

⁸⁵N.d.T. Lo spazio-tempo descritto da coppie di coordinate, una temporale e una spaziale, si utilizza già per la relatività ristretta, e, prima ancora della relatività einsteiniana, in fisica classica si usava già il piano cartesiano per quantità come il tempo e la posizione.

⁸⁶N.d.T. In inglese "glide reflection".

maggior parte della musica⁸⁷ è scritta in modo tonale all'interno di qualche scala, e dunque ha senso usare un gradino di tale scala come unità di pitch quando si applicano delle trasformazioni. In musica, ciò è indicato come una trasformazione *tonale*. Si tratta della metrica utilizzata negli esempi di questo articolo, poiché è la più comune e la più semplice da individuare visivamente all'interno della notazione musicale. D'altro canto, una trasformazione *reale* utilizza ciascun passo della scala cromatica come unità di pitch. Vi sono comparativamente meno esempi musicali di questo secondo tipo (sebbene comunque numerosi, specialmente nella musica dodecafonica).



Fig. 121 Tutte e otto le trasformazioni isometriche nello spazio musicale.

Schemi di fregio

Schemi di fregio. Gli schemi di fregio sono sette gruppi di simmetria di motivi che si ripetono indefinitamente soltanto in una dimensione nello spazio euclideo. Tali pattern spesso appaiono come bordi nell'arte e nell'architettura, e sono particolarmente adatti alla musica perché anch'essi hanno due dimensioni non eguali (una è infinita e l'altra non lo è). Come la musica, gli schemi di fregio possono contenere soltanto simmetrie che si ripetono, le quali impiegano traslazione, antitraslazione, rispecchiamenti orizzontali, rispecchiamenti verticali e rotazione di 180°, in diverse combinazioni. Se consideriamo l'idealmente infinito e inaudibile spazio del pitch come se

⁸⁷N.d.T. Musica classica occidentale.

fosse limitato, allora gli schemi di fregio combaciano perfettamente con le potenzialità simmetriche di una frase musicale ripetuta. Ovviamente, nessuna musica può veramente ripetersi all'infinito in una dimensione, così come nessun motivo di fregio fa altrettanto in architettura; quindi vi sarà soltanto un numero finito di ripetizioni.

Gli schemi di fregio sono così naturali in musica che un compositore può inconsciamente utilizzare tutti e sette i gruppi all'interno di un singolo pezzo. A seguire illustriamo ciascuno dei sette schemi di fregio con un esempio dai *Tre Notturmi* di Debussy, confrontandolo con il motivo mostrato in figura 121 sulla sinistra. I sette schemi di fregio presentano diverse notazioni, ma possiamo trovare le analogie con le orme, proposte da Conway, caratterizzazioni intuitive e facili da adoperare (Conway et al., 2008). Forniamo anche la notazione in termini di varietà orbitale, e descriviamo i gruppi usando termini sia matematici che musicali. Le analoghe impronte sono incluse sopra le note corrispondenti.



Fig. 122 Saltelli [hops].

Saltello $\infty\infty$. Il saltello [hop] presenta esclusivamente una simmetria traslazionale. In musica, si tratta di una ripetizione. Motivi ripetuti, linee del basso, cori, progressioni di accordi e melodie sono così comuni che, in musica, i saltelli sono difficili da evitare, vedi figura 122.



Fig. 123 Passi [steps].

Passo ∞x . Il passo [step] è un'antitraslazione — il modello di un motivo⁸⁸ e la sua inversione. Bach era particolarmente affezionato alle antitraslazioni, ed esse si ritrovano in gran parte dei suoi lavori, vedi figura 123.

Salto ∞^* . Un saltello [hop] unitamente a uno specchio orizzontale costituisce un salto [jump]. Un motivo e la sua inversione sono eseguiti simultaneamente e ripetuti. I salti costituiscono un motivo di fregio difficile da trovare in musica, forse perché i rispecchiamenti verticali non sono difficili da percepire. Alcuni pezzi di Bach, per esempio, contengono uno specchio orizzontale alla fine della composizione o di una sezione, che presenta diverse antitraslazioni, concludendo il motivo e la sua inversione, richiamando attenzione sulla loro identità in seguito alla trasformazione, figura 124.



Fig. 124 Salti [jumps].

Moto laterale $^*\infty\infty$. Un moto laterale [side] contiene due specchi verticali, alternando un motivo con il suo retrogrado. Si ritrovano comunemente in arpeggi, specialmente nell'accompagnamento pianistico, figura 125.

Saltello vertiginoso 22∞ . Il saltello vertiginoso [dizzy hop], o saltello a giro [spin hop], ha due punti di rotazione di 180° . In musica, presenta un'alternanza di un motivo con il suo retrogrado inverso. Vi sono diversi saltelli freneticamente vertiginosi nella musica di Stravinsky, figura 126.

⁸⁸N.d.T. In inglese "a pattern of a motive". Altrove nel testo le parole *pattern* e *motive* sono state considerate come sinonimi; qui non è possibile: la frase presenta *pattern of a motive*, che indica l'elemento chiave, ripetuto, all'interno di un motivo.



Fig. 125 Moto laterale [sidles].



Fig. 126 Saltello vertiginoso [dizzy hops].

Moto laterale vertiginoso $2^*\infty$. Un moto laterale [sidle] con una svolta dà il moto laterale vertiginoso [dizzy sidle] — uno specchio verticale e un punto di rotazione a 180° . Esso contiene tutte e quattro le trasformazioni di un motivo, in ordine: un motivo, il suo retrogrado, l'inverso e il retrogrado inverso, ripetuti all'infinito. Il tradizionale basso albertino presenta tale simmetria (in cui le linee di rispecchiamento procedono attraverso le note superiori e inferiori), figura 127.



Fig. 127 Moti laterali vertiginosi [dizzy sidles].

Salto vertiginoso $*22\infty$. Il salto vertiginoso [dizzy jump] presenta tutte le simmetrie possibili: un rispecchiamento verticale e orizzontale, che crea un punto di rotazione laddove si incontrano. Un motivo e il suo inverso sono eseguiti in simultanea, e, successivamente, anche il retrogrado e il retrogrado inverso sono eseguiti in contemporanea. Così come i salti, questo è un motivo di fregio

meno comune in musica — tranne per la musica dove lo specchio orizzontale è usato in modo intenzionale, come accade nella musica di Philip Glass, dove i salti vertiginosi sono abbastanza comuni, figura 128.



Fig. 128 Salti vertiginosi [dizzy jumps].

Gli altri sette schemi di fregio musicali. Sebbene sia intuitivo mappare gli schemi di fregio sul piano musicale nella dimensione orizzontale (tempo), è sempre geometricamente corretto mappare un motivo di fregio verticalmente (pitch). Il problema estetico con una simile mappatura è che un pattern indefinitamente lungo dev'essere pensato all'interno di un intervallo di tempo molto breve, attraverso l'uso di un'ampia gamma di pitch. Il tempo può essere infinito secondo la prospettiva di un momento, ma lo spazio dei pitch è fortemente limitato dalla quantità di informazione che l'orecchio può percepire in un dato intervallo di tempo. Sebbene si possano trovare in musica esempi dove molti strumenti in diverse ottave eseguono la stessa cosa, ciò è generalmente effettuato per il timbro o il volume di suono. Percepriamo tutte le ottave insieme come una melodia, piuttosto che come un motivo che si ripete attraverso lo spazio dei pitch, rendendo questi schemi di fregio verticali non così utili dal punto di vista dell'analisi o della composizione. È degno comunque di menzione il fatto che vi siano, in realtà, 14 tipi di schemi di fregio sul piano musicale.

Colore

In matematica, la parola “colore” si riferisce a una indicizzazione. In musica, “colore”⁸⁹ si riferisce al timbro o alla qualità di suono di uno strumento o di un insieme di strumenti. Così come un’indicizzazione tramite il colore differenzia un insieme di punti in matematica, il colore musicale ci permette di udire la differenza fra un insieme di note eseguite da uno strumento e non da un altro. Gli schemi di fregio, sia musicali che matematici, sono spesso associati a pattern di colore (Conway et al., 2008). La maggior parte degli schemi di fregio possono essere colorati in più di un modo. Per esempio, un salto potrebbe alternare ciascun insieme di impronte fra due colori, o potrebbe avere tutti i piedi sinistri di un colore e tutti i piedi destri di un altro. Vi sono 17 diversi schemi di fregio bicolori (Conway et al., 2008), molti dei quali, se non tutti, possono essere trovati all’interno di musica esistente, incluso il precedente esempio del *Notturmo I* di Debussy mostrato in figura 129.



Fig. 129 Il *Notturmo I* di Debussy presenta un passo a due colori [2-color step] e un moto laterale vertiginoso a due colori [2-color dizzy sidle].

Sequenze

Gli schemi di fregio di cui sopra non possiedono le trasformazioni musicali più comuni: le traslazioni che coinvolgono sia l’asse verticale che quello orizzontale. Tutti gli schemi di fregio contengono

⁸⁹N.d.T. D. Tymoczko utilizza il termine *color* per indicare le classi di pitch, caratterizzandone la riconoscibilità: tutti i Do, tutti i Re, e così via.

traslazioni orizzontali per definizione, e anche tutte le altre isometrie musicali sono tenute in conto. Ma se ciascuna ripetizione di un motivo fosse traslata non soltanto orizzontalmente, ma anche verticalmente? In musica questa è chiamata sequenza, e dilaga in musica classica. Così come una sequenza aritmetica aggiunge un dato numero a ciascun numero successivo, una sequenza musicale aggiunge un dato intervallo a ciascuna ripetizione di un motivo.

Una sequenza può essere pensata come un motivo di fregio inclinato. Normalizzando la sequenza (traslando verticalmente ciascuna ripetizione perché abbia la stessa estensione verticale), si può quindi analizzare il motivo di fregio. La difficoltà sta nell'individuazione dell'unità ripetuta. Nel secondo esempio della figura 130, si può normalizzare ciascuna terzina per ottenere un moto laterale. Tuttavia, se invece di considerare le prime tre note, si prendono tre note a partire dalla seconda, allora la sequenza si normalizzerebbe come un saltello vertiginoso. Di solito è facile trovare i segnali musicali necessari per individuare dove si trovi il motivo (figura 130).



Fig. 130 Tre sequenze dalla *Sonata in Do* di Mozart: una camminata [walk], un moto laterale [sidle] e un saltello vertiginoso [dizzy hop].

L'unità ripetuta di un motivo di fregio consiste in una, due, o più istanze del motivo (piede) trasformate. Quando si crea una sequenza a partire da un motivo di fregio, lo spostamento verticale può essere applicato in corrispondenza di ogni singola, doppia o tripla istanza del motivo (fino alla lunghezza dell'unità ripetuta), e ciascuna scelta creerà un unico gruppo di simmetria. (Si potrebbe applicare lo spostamento a un insieme di istanze più ampio, ma il risultato ricadrebbe in uno degli altri gruppi). Vi sono undici diversi tipi di schemi di fregio sequenziali, un sottoinsieme di pattern bicolori dove, ad ogni cambio di colore, si verifica una trasposizione

(dei diciassette pattern colorati, i sei mancanti sono quelli dove due colori si presentano nello stesso punto del tempo — ancora una volta la differenza fra spazio e tempo crea una differenza fra la geometria della musica e il piano consueto — e quelli dove il cambio di colore è al punto in cui vi è una traslazione verticale preconstituita attraverso antitraslazioni o rotazioni, rendendo impossibile stabilire dove vi sia o meno una traslazione supplementare). La figura 131 mostra due diversi modi di creare una sequenza di moti laterali.



Fig. 131 I due modi di ripetere in sequenza un moto laterale [sidle], correlato alle due possibili 2-colorazioni [2-colorings].

Colori e sequenze insieme: un esempio bachiano

L'*Invenzione [a due voci]* n.14 di Bach è un notevole esempio di colore e sequenza: essa contiene saltelli e passi dello stesso motivo in tutti i possibili pattern bicolori fra la mano destra e sinistra, in sequenza. Il pezzo contiene inoltre sia saltelli che passi affidati a una singola mano e a entrambe le mani contemporaneamente (figura 132).

Motivi delle simmetrie ornamentali

I gruppi delle simmetrie ornamentali sono i gruppi di simmetria dei pattern che si ripetono in due dimensioni. Ve ne sono 17, ma non tutti possono essere naturalmente mappati sul piano musicale poiché

molti contengono rotazioni diverse da 180° , o presentano rispecchiamenti e linee di antitraslazione che si intersecano ad angoli diversi da 90° .

I seguenti otto pattern, nella notazione orbitale di Conway et al. (2008), funzionano: o, **, xx, *x, *2222, 2222, 22* e 2*22, poiché essi possono essere mappati sul piano musicale con tutte le linee di rispecchiamento e gli assi di antitraslazione che procedono orizzontalmente o verticalmente, e non contengono rotazioni diverse da 180° . È interessante notare che, proprio come con le isometrie euclidee, tale limitazione suddivide inoltre alcuni gruppi di simmetrie ornamentali in due unici gruppi musicali di simmetrie ornamentali, perché essi possono essere mappati sul piano musicale in due diversi modi a 90° gli uni dagli altri. *2222 e 2*22 combaciano fra loro solo in un modo. 22*, xx, *x e ** si mappano in due modi distinti sul rigo musicale.



Fig. 132 Sequenze con saltelli bicolore [2-color hop] e passo [step] nell'*Invenzione* n.14 di Bach.

I motivi o e 2222 possono combaciare a ogni angolo, sebbene essi si ritrovino in due classi: il modo che permette alle ripetizioni di suonare in parallelo, e le infinite possibili deviazioni.

Per attribuire a tali coppie nomi distinti, aggiungiamo un “V” per l’asse verticale, l’asse di antitraslazione o ripetizioni parallele, e aggiungiamo un “H” per lo specchio orizzontale, l’asse di antitraslazione o ripetizioni non parallele. La figura 133 illustra campioni dei 14 gruppi, mostrando soltanto una ripetizione verticale.

Vi è lo stesso numero di gruppi di simmetrie ornamentali [wallpaper] musicali che schemi di fregio, ma i gruppi wallpaper non possono essere costruiti semplicemente ripetendo gli schemi di fregio nella seconda dimensione. Tuttavia, se si ripete ciascuno dei 14 schemi di fregio musicali con una traslazione nella seconda dimensione, una traslazione nella seconda dimensione seguita da una riflessione, o una traslazione in entrambe le dimensioni, l'insieme delle possibilità (rimuovendo i duplicati) è il gruppo di 14 wallpaper musicali. È interessante notare che, sebbene vi siano diversi duplicati, sia gli schemi di fregio orizzontali che verticali sono necessari, sotto tali trasformazioni, per ottenere tutti e 14 i gruppi di simmetrie ornamentali.

Impiego compositivo

L'autore ha trovato queste idee particolarmente stimolanti per un'applicazione compositiva. Per esempio, è apparso ovvio iniziare un pezzo a sette movimenti con un movimento dedicato a ciascuno dei sette schemi di fregio orizzontali. Tale brano musicale, al momento senza titolo, è un insieme di variazioni dove un motivo si trasforma mentre viaggia attraverso le differenti simmetrie del movimento. La matematica è utilizzata per ispirare e caratterizzare il pezzo e non per generarlo, e perciò gli schemi di fregio sono utilizzati nella melodia e nell'accompagnamento quando il risultato è musicalmente gradevole, ma non conformi ad esso qualora l'autore trovi più bello fare altrimenti.

La figura 134 contiene frammenti dai primi quattro movimenti per mostrare come il motivo si evolva e ritrovi se stesso in diversi schemi di fregio.

Per registrazioni ed altro, vedi <http://vihart.com/>.

Simmetria e trasformazioni nel piano musicale

Figure 133 displays 14 groups of ornamental symmetries, each represented by a musical staff and a corresponding diagram illustrating the symmetry operation. The groups are labeled as follows:

- 0V
- 0H
- **V
- **H
- *xV
- *xH
- xxV
- xxH
- 22*V
- 22*H
- 2*22
- *2222
- 2222V
- 2222H

Fig. 133 I 14 gruppi delle simmetrie ornamentali.

Dizzy Hop



Hop



Sidele



Step



The image displays four musical examples, each with a label on the left and a corresponding musical staff on the right. The first example, 'Dizzy Hop', consists of two staves: a treble clef staff with a 3/4 time signature and a bass clef staff. The second example, 'Hop', is a single treble clef staff with a 12/8 time signature. The third example, 'Sidele', consists of two staves: a treble clef staff with a 3/4 time signature and a bass clef staff. The fourth example, 'Step', is a single treble clef staff with a 6/8 time signature. Each musical staff includes black footprints with arrows indicating the direction and timing of the steps.

Fig. 134 Quattro variazioni di fregio.

Simmetria in musica

OLAYA FERNÁNDEZ HERRERO

Riportiamo una selezione e rielaborazione⁹⁰ di paragrafi dall'articolo originale: "Symmetry in Music," in Symmetries in Science XIV, Journal of Physics: Conference Series, 237, 2013, pp. 012013.

Abstract. In virtù della simmetria presente nella musica e nella fisica, le due discipline risultano molto vicine. La musica è sostanzialmente costituita da onde periodiche, e proprio alla ricerca sulle onde è dedicato un ambito della Fisica. Alla base di tutti i tipi di musica si trovano le diverse scale musicali. Mostrare come siano costruite le scale musicali, come la consonanza degli intervalli armonici⁹¹ sia alla base di molte di esse, come siano simmetriche, è l'intento di questo articolo.

⁹⁰N.d.T. È stato necessario riformulare o eliminare alcuni paragrafi per l'impossibilità di ottenere l'autorizzazione alla pubblicazione integrale dell'articolo. L'autrice ha gentilmente scritto alcune parti appositamente per la presente antologia. Sono distinguibili perché in corsivo. Le immagini sono state ricreate dal traduttore.

⁹¹N.d.T. Gli intervalli armonici sono costituiti da due note eseguite simultaneamente; gli intervalli melodici da note eseguite consecutivamente.

Introduzione

Questo articolo riguarda due argomenti principali.

- *Il primo è una dimostrazione sperimentale dei grafici ottenuti in modo statistico da Plomp e Levelt, come le diverse teorie su consonanza e dissonanza fino a quel momento siano vere e complementari l'una all'altra. Più è semplice il rapporto di frequenza (Tyndall), meno numerosi sono i battimenti (un numero inferiore di battimenti che contribuiscono alla dissonanza, poiché non tutti lo fanno; dipende dalla loro frequenza e dalla banda critica), e più il loro suono simultaneo appare indistinguibile (Stumpf), meno ruvido (Békésy), e così via.*
- *Questa consonanza/dissonanza è inoltre alla base della costruzione delle scale, sia occidentali che orientali, in cui la simmetria fra l'intonazione dei suoni che si integrano fra loro è più evidente, e si può stabilire una relazione come quella mostrata nei grafici.*

Introduzione teorica all'acustica musicale

Il suono è la sensazione stimolata negli organi dell'udito da una vibrazione, come un'onda in movimento, un'oscillazione di pressione che si propaga attraverso un gas, un liquido o un solido, composta da frequenze udibili e a un livello sufficiente a essere avvertito. Perché si produca un suono occorre un mittente, ossia una sorgente, un trasmettitore e un ricevente. Per l'esperimento descritto in questo articolo, la sorgente è uno strumento musicale (violino, corde strofinate; clarinetto, tubo semiaperto; organo a canne, tubo aperto; monocordo); l'aria è il trasmettitore; il ricevente, in sostituzione dell'orecchio umano, è un analizzatore di spettro avente caratteristiche simili in modo da ottenere la traduzione in numeri e grafici di ciò che l'orecchio umano riceverebbe.

Per comprendere l'esperimento è necessario riferirsi al *Principio di Sovrapposizione*, secondo il quale se due suoni sono prodotti con la stessa ampiezza, ma con due diverse frequenze f_1 ed f_2 , viene prodotto un nuovo suono, la cui ampiezza cambia nel tempo e la cui frequenza è la semisomma di entrambe le frequenze,⁹² vedi equazione (4).

$$\begin{aligned} y_1 &= A \cos(\omega_1 t + \phi) = A \cos(2\pi f_1 t + \phi) \\ y_2 &= A \cos(\omega_2 t + \phi) = A \cos(2\pi f_2 t + \phi) \\ y_1 + y_2 &= 2A \cos\left(2\pi \frac{f_1 - f_2}{2} t\right) \cos\left(2\pi \frac{f_1 + f_2}{2} t + \phi\right) \end{aligned} \quad (4)$$

In base al *Teorema di Fourier*, punto di riferimento per questo esperimento, il suono di uno strumento musicale, generalmente, non può essere considerato una pura onda sinusoidale, ma una “frequenza fondamentale” accompagnata da un numero di ipertoni, ossia “overtones”, detti anche parziali o armoniche, di frequenze 2, 3, 4,..., moltiplicati per la frequenza della fondamentale. Combinando insieme fondamentale e parziali, si ottiene una complicata onda periodica con il periodo della fondamentale.

Per scrivere tale funzione come sommatoria di termini corrispondenti alle varie armoniche è necessario utilizzare una serie infinita di termini, ossia di tutte le armoniche. Utilizzare, in altre parole, la serie di Fourier. Espandere una funzione in serie di Fourier è un processo che consiste nel suddividerla in diverse armoniche, talvolta denominato *analisi armonica* (Boas, 1960), ed è rappresentato musicalmente in figura 135. Nel grafico di figura 135 si nota la frequenza fondamentale, indicata con il numero 1, e la sua rappresentazione in termini di analisi spettrale.

Grazie a tutti questi elementi si raggiunge la conoscenza teorica per interpretare i risultati; per dare un senso reale è utile definire la

⁹²N.d.T. Nell'equazione (4) la semisomma è $(f_1 + f_2)/2$. Si produce anche un altro suono, la cui frequenza dipende dalla differenza delle frequenze dei due suoni di partenza; si tratta del “terzo suono” di Tartini (1754); (Frova, 2004).

banda critica (figura 136) scoperta da Békésy: il range di frequenze in cui il cervello avverte che sta ricevendo un suono non unico, ma non è in grado di distinguerne due.



Fig. 135 Teorema di Fourier.

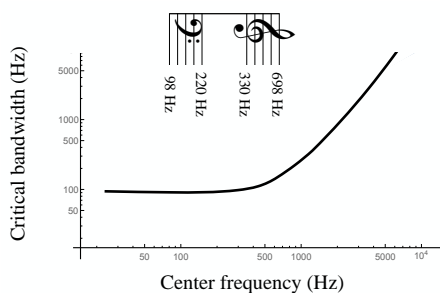


Fig. 136 Banda critica.

Applicando a questi suoni il teorema di Fourier, si nota che i picchi di frequenza e il picco principale mostrati dallo spettro non possono separarsi o fondersi in un solo picco avente una frequenza data dalla semisomma delle armoniche che si fondono, la cui intensità cambia nel tempo con una frequenza di battimenti simile alla differenza in frequenza fra picchi. Nella banda critica i suoni stridenti sono dovuti ai battimenti veloci; i battimenti più lenti, invece, si associano a un suono più dolce.

Introduzione teorica della dissonanza musicale

I rapporti fra corde vibranti e differenze fra consonanza e dissonanza sono stati oggetto di studio fin dall'antichità, con Pitagora e la sua scuola. Le varie teorie attraversano i secoli⁹³ e i più recenti sviluppi si estendono fino ai giorni nostri.

Hermann von Helmholtz (1863) introduce il concetto di battimento.

John Tyndall (1893) asserisce che un intervallo è più consonante se i rapporti fra le frequenze che lo compongono sono più simili.

Georg von Békésy⁹⁴ si focalizza sull'asprezza, la ruvidezza acustica [acoustic hardness], in correlazione con la presenza dei battimenti. I battimenti con frequenza lenta vengono percepiti come un tremolo, non come una dissonanza. Qualora, invece, le frequenze di due suoni siano abbastanza lontane da non produrre nessuna pulsazione udibile, l'esecuzione simultanea dei due suoni può provocare una sensazione di asprezza.

Carl Stumpf (1890, 1898) ipotizza che il grado di fusione fra intervalli dipenda da rapporti semplici, come per la consonanza. Stumpf, con il termine *fusione*, indica la tendenza a percepire due toni simultanei come un'unità (Plomp e Levelt, 1965).

In relazione alle ricerche di Plomp e Levelt (Kameoka e Kuriyagawa, 1969a), si assume che l'ampiezza dell'intervallo sia eguale alla somma delle differenze di ciascuna coppia di parziali adiacenti.

Secondo Kameoka e Kuriyagawa (1969b), la consonanza fra due frequenze senza armoniche dipende esclusivamente dalla distanza. Inoltre, l'intensità può mascherare uno dei due suoni, influenzandone la consonanza.

⁹³N.d.T. Ricordiamo anche il *gradus suavitatis* definito da Eulero.

⁹⁴N.d.T. George von Békésy, neurofisiologo e biofisico ungherese (1899–1972).

Ernst Terhardt⁹⁵ propone uno studio della dissonanza musicale sia in termini di dissonanza sensoriale, riferendosi al concetto di suonar bene, sia in considerazione dell'influenza culturale.

Esperimento

L'esperimento mira a verificare i risultati ottenuti da Plomp e Levelt (1965) sulla consonanza sotto l'aspetto statistico e l'aspetto numerico, e a verificare l'applicazione di tali risultati alla costruzione delle scale musicali occidentali e orientali. Allo scopo di ottenere una misurazione accurata dei risultati numerici assimilabili alla ricettività dell'orecchio, sono stati registrati alcuni intervalli prodotti da strumenti diversi; è stata quindi effettuata un'analisi di Fourier con diversa precisione. È stato usato uno spettro avente la stessa larghezza di banda dell'orecchio umano.

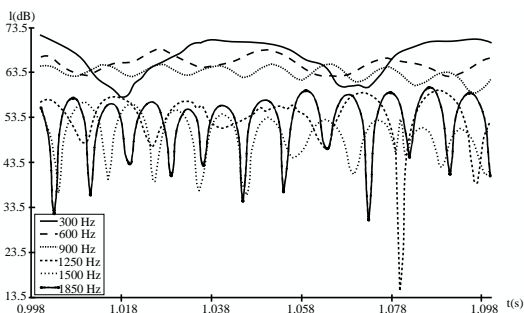


Fig. 137 Variazione dell'intensità vs tempo per una seconda minore.

Gli strumenti musicali usati sono stati il violino e il clarinetto. Nel primo esperimento il violinista ha trovato un'intonazione che consentisse un rapporto intero fra due suoni. Uguale procedura per il clarinetto, ma con due clarinettisti. Mentre uno dei due

⁹⁵N.d.T. Ernst Terhardt, ingegnere e psicoacustico tedesco (1934-).

suoni rimaneva costante, l'altro, a partire dall'unisono, ascendeva cromaticamente all'ottava. I risultati ottenuti sono stati analizzati con due tipi di spettro, uno con una banda molto stretta per ottenere frequenze esatte per ogni picco; l'altro con una banda simile all'orecchio umano, in modo da ottenere risultati numerici sulla sua capacità ricettiva. Nella banda larga è stato calcolato uno spettro per ogni millisecondo durante il secondo intervallo temporale della durata di un secondo. Durante il primo intervallo si sarebbero potute trovare intonazioni imprecise, ascrivibili all'attacco del suono. È stata realizzata una sequenza con i diversi spettri. L'intensità varia nel tempo per la maggior parte degli ipertoni, vedi figura 137, i cui risultati numerici sono riportati nella tabella 1.

i	f_1	f_{1_1}	f_{1_2}	$f_{1_2} - f_{1_1}$	$\frac{(f_{1_1} + f_{1_2})}{2}$	f_b	Dissonanza
1	300	294	313	19	303.5	17.79	0.96
2	600	589	623	34	606.0	34.72	0.99
3	900	880	936	56	908.0	55.17	0.87
4	1250	1173	1247	74	1210.0	72.80	0.83
5	1500	1467	1559	92	1513.0	87.79	0.79
6	1850	1761	1872	111	1816.5	114.58	0.72

Tab. 1 Risultati per la seconda minore.

Nella tabella 1 si mostra inoltre come la frequenza dei battimenti non sia distante dalla differenza tra le frequenze originali, e come la semisomma di tali frequenze risulti molto simile alla frequenza fondamentale di ciascuna armonica.

Per calcolare il valore della dissonanza è stato applicato il calcolo di Plomp e Levelt, ed è stata considerata la percentuale della banda che corrisponde alla frequenza dei battimenti. Il valore totale per la dissonanza di questo intervallo è la somma della dissonanza di tutte le armoniche per questo intervallo. Non contribuisce alla dissonanza il battimento la cui frequenza si pone fuori dalla banda. Si precisa

che i risultati ottenuti corrispondono alla seconda minore del violino. La procedura è stata seguita con entrambi gli strumenti per il resto degli intervalli. All'unisono all'inizio dell'esperimento, via via uno dei due saliva cromaticamente fino all'ottava, mentre l'altro suono rimaneva alla stessa frequenza.

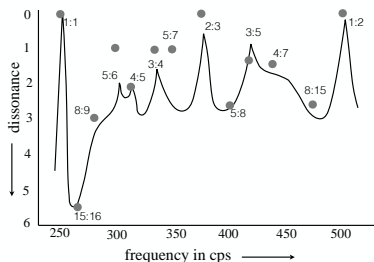


Fig. 138 Paragone fra i risultati di Plomp e Levelt e i nostri risultati per il violino.

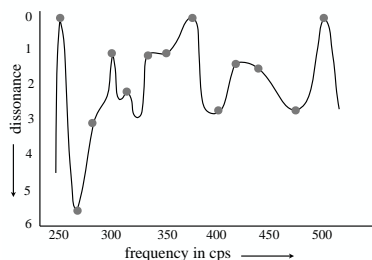


Fig. 139 Punti connessi.

La figura 138 rappresenta i risultati in un grafico simile a quello di Plomp e Levelt. I cerchi grigi indicano i risultati del nostro esperimento. Non è stato considerato l'intero range, bensì soltanto la salita cromatica e dunque, a differenza del grafico di Plomp e Levelt, il nostro non è continuo. Plomp e Levelt, lavorando fino al sesto armonico, ottengono una relazione della frequenza dei numeri naturali fino a 6 (1:1, 5:6, 4:5, 3:4, 2:3, 3:5, 1:2). Per tale ragione non compare la relazione in frequenza per numeri maggiori di 6 (15:16, 8:9, 5:7, 5:8, 4:7, 8:15) poiché i loro suoni appaiono artificiali. Tutto questo rende possibile il controllo del numero di ipertoni nel caso in cui i risultati dell'esperimento siano naturali.

Il grafico in figura 138 mostra inoltre i rapporti in frequenza coincidenti con gli ipertoni. Nell'esperimento le relazioni sono più consonanti rispetto a quelle considerate da Plomp e Levelt. Come mostra la figura 139, connettendo i punti si ottiene un grafico simile a quello di Plomp e Levelt. Lo stesso procedimento è stato seguito per il clarinetto e l'organo a canne. Poiché si tratta di strumenti

temperati, a differenza del violino, il rapporto tra le frequenze non è dato dai numeri naturali.

I risultati per questi tre strumenti sono mostrati nel grafico in figura 140, con simboli diversi per ogni strumento: al violino corrisponde il cerchio, al clarinetto il quadrato, all'organo a canne il rombo. I punti più consonanti sono uguali per i tre strumenti.⁹⁶ Per il rapporto 5:7 il tritono non si può considerare consonante per nessuno strumento temperato. Per l'organo, con accordatura temperata, questo intervallo è particolarmente dissonante. Sono diversi i motivi per cui i rapporti non possiedono la stessa consonanza o dissonanza. Il rapporto in frequenza sarebbe infatti diverso se l'intensità di un ipertono fosse diversa da un altro. Per il clarinetto, in particolare, vi sono soprattutto ipertoni dispari, dunque il numero degli ipertoni è inferiore rispetto al resto degli strumenti, situazione che condiziona consonanza e dissonanza.

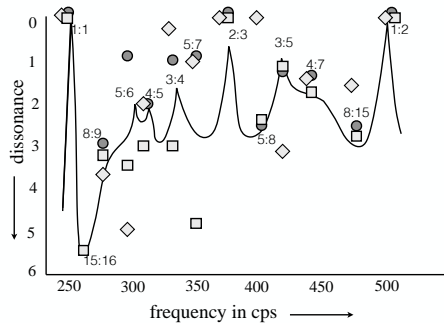


Fig. 140 Grafico con i risultati di Plomp e Levelt, e i nostri risultati per violino, clarinetto e organo a canne. Cerchi: violino; quadrati: clarinetto; rombi: organo.

⁹⁶N.d.T. Potremmo quindi parlare di invarianza per cambio di strumento, e quindi di simmetria rispetto alla scelta dello strumento.

Scale

I grafici a seguire intendono dimostrare che le scale occidentali e orientali sono basate sul senso di consonanza.

Scale occidentali

La musica occidentale si basa sulla sovrapposizione di intervalli di quinta e di terza. Alcuni teorici considerano soltanto la quinta o la terza, e dunque si basano sul secondo e sul terzo ipertono, e cioè sull'ottava e sulla quinta. Gli ipertoni maggiormente utilizzati nelle scale sono: 2, 3 e 5. Ricordiamo che la quinta corrisponde al rapporto $\frac{3}{2}$, la terza maggiore $\frac{5}{4}$, la terza minore $\frac{5}{3}$ e l'ottava $\frac{2}{1}$.

Nelle figure dalla 141 alla 146, le parti denotate con (a) mostrano la costruzione delle scale e le parti denotate con (b) mostrano la periodicità o simmetria nelle scale, o in molte di esse. Consideriamo qui la scala pitagorica, la scala di Ramon de Pareja, la scala di Salinas e la scala zarliniana.⁹⁷

Pitagora

$$\frac{4}{3} - 1 - \frac{3}{2} - \frac{9}{8} - \frac{27}{16} - \frac{81}{64} - \frac{243}{128} \quad \left| \quad \begin{array}{cccccc} 1 - \frac{9}{8} - \frac{81}{64} - \frac{4}{3} - \frac{3}{2} - \frac{27}{16} - \frac{243}{128} - 2 \\ \vee \quad \vee \quad \vee \quad \vee \quad \vee \quad \vee \quad \vee \\ \frac{9}{8} \quad \frac{9}{8} \quad \frac{256}{243} \quad \frac{9}{8} \quad \frac{9}{8} \quad \frac{9}{8} \quad \frac{256}{243} \end{array} \right.$$

Fig. 141 (a) A sinistra: costruzione della scala pitagorica (le note della scala); (b) a destra: la periodicità o simmetria nella scala pitagorica (come si ottengono le note).

⁹⁷N.d.T. Ramos de Pareja, matematico, compositore e teorico musicale spagnolo (1440-1522); Francisco de Salinas, teorico musicale e organista spagnolo (1513-1590).

Ramos de Pareja

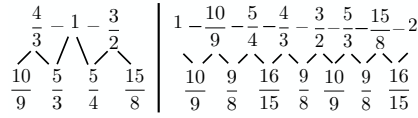


Fig. 142 Ramos de Pareja (a) e (b).

Salinas

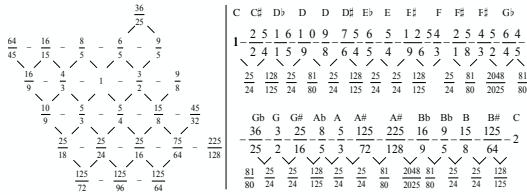


Fig. 143 Salinas (a) e (b).

Zarlino

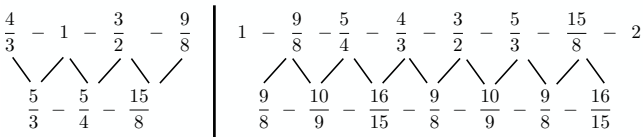


Fig. 144 Zarlino (a) e (b).

Tutte queste scale sono costruite, come si può vedere, dalla quinta $\frac{3}{2}$, terza maggiore $\frac{5}{4}$ e terza minore $\frac{5}{3}$, cioè utilizzando le parziali 2, 3 e 5, le prime della serie, e dunque, rapporti semplici, che implicano piccoli intervalli dissonanti. Una volta che le frequenze sono state stabilite in ordine ascendente, si sono formati degli intervalli fra suoni consecutivi, ma si tratta sempre di potenze degli stessi ipertoni. Si può dire che la musica occidentale sia costruita con intervalli consonanti, dove consonante significa suono con pochi battimenti nella banda critica (Herrero e Lorente, 2006).

Nel caso della musica orientale, le scale sono fatte con intervalli consonanti dai primi ipertoni della serie. I valori per i rapporti in frequenza sono derivati dai lavori di Gruber (2006), Sanchez González (1989) e Barkechli (1959).

Scale indiane

Scala a 14 toni

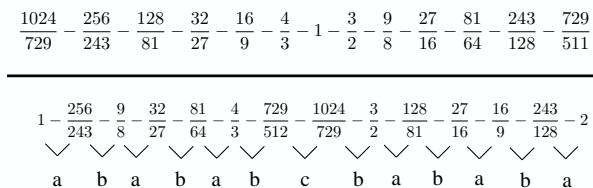


Fig. 145 Scala a 14 toni (a), in alto, e (b), in basso.

La scala a 14 toni, mostrata in figura 145, è costituita soltanto di quinte, come la scala pitagorica. Si nota però che, una volta distribuite le frequenze lungo una sequenza ascendente, gli intervalli fra due suoni consecutivi presentano sempre la medesima distanza. Ciò costituisce un esempio di simmetria.

Altre scale indiane

La scala con 23 toni è la più comune nella musica indiana. Durante l'esecuzione, tali frequenze non vengono mai raggiunte con esattezza. Quando i musicisti indiani parlano di un suono, essi si riferiscono non a un suono "esatto" ma, in realtà, a un'area attorno a tale suono di riferimento. Si tratta di un'area centrata sulla frequenza del suono in esame. Questa scala presenta tre diversi intervalli fra due suoni consecutivi. Il primo intervallo, $a = \frac{256}{243}$, era stato usato da Pitagora, e gli altri, $b = \frac{81}{80}$ e $c = \frac{25}{24}$, sono usati da Salinas. Si ha dunque una prova della connessione fra la musica occidentale e quella orientale.

Si hanno anche scale con 26, 30 e 32 toni.

Tutte le scale indiane sono costruite utilizzando gli stessi intervalli delle scale occidentali, $\frac{3}{2}$, $\frac{5}{4}$, $\frac{5}{3}$, cioè utilizzando le parziali 2, 3 e 5, gli intervalli più consonanti.

Scale arabe

Le scale arabe si costruiscono sovrapponendo tetracordi. L'esperimento relativo a questa musica ha ottenuto degli schemi poco diversi da quelli della musica indiana. Per la costruzione delle scale, la musica araba utilizza due ipertoni in più, il 7 e l'11, con l'intervallo $\frac{7}{5}$ consonante (Herrero e Lorente, 2006). In aggiunta all'esempio di figura 146, si annoverano anche le scale Sikah, Bajati, Nahawand, Rast e Kurd.

$$\begin{array}{c}
 \frac{3}{2} - \frac{5}{3} - \frac{15}{8} - 1 - \frac{10}{9} - \frac{5}{4} - \frac{4}{3} \\
 \\
 \frac{4}{3} - 1 - \frac{3}{2} \\
 \swarrow \quad \searrow \quad \swarrow \quad \searrow \\
 \frac{10}{9} - \frac{5}{3} - \frac{5}{4} - \frac{15}{8}
 \end{array}
 \left|
 \begin{array}{c}
 \frac{3}{2} - \frac{27}{16} - \frac{243}{128} - 1 - \frac{9}{8} - \frac{81}{64} - \frac{4}{3} \\
 \\
 \frac{4}{3} - 1 - \frac{3}{2} - \frac{9}{8} - \frac{27}{16} - \frac{81}{64} - \frac{243}{128}
 \end{array}
 \right.$$

Fig. 146 Ajam (a), a sinistra, e (b), a destra.

Conclusioni

Questo studio fornisce una dimostrazione sperimentale della teoria dei battimenti di Helmholtz. I risultati sperimentali sono simili ai risultati numerici e statistici dello studio di Plomp e Levelt. Si dimostra, in questo modo, che anche il tritono è consonante se eseguito con intonazione esatta $\frac{7}{5}$. Si dimostra, inoltre, che le scale musicali orientali e le scale musicali occidentali si possono costruire utilizzando intervalli consonanti.

Musica: Simmetrie spezzate, geometria e complessità

GARY W. DON, KARYN K. MUIR, GORDON B. VOLK,
JAMES S. WALKER

Articolo originale: "Music: Broken Symmetry, Geometry, and Complexity." Notices of the AMS (American Mathematical Society), 57 (1), 2010, pp. 30-49. ©AMS.

La relazione tra matematica e musica ha una lunga e ricca storia, che include: teoria armonica pitagorica, fondamentali e ipertoni, frequenza, tonalità e teoria dei gruppi matematici nelle partiture musicali (Assayag e Feichtinger, 2002; Fauvel et al., 2003; Harkleroad, 2006; Benson, 2006). Questo articolo fa parte di un numero speciale sul tema della matematica, della creatività e delle arti. Esploreremo alcuni dei modi in cui la matematica può aiutare nella creatività e nella comprensione dell'espressione artistica nel regno delle arti musicali. In particolare, speriamo di fornire spunti intriganti sulla base di alcune domande:

- *La voce di Louis Armstrong suona come la sua tromba?*
- *Cosa hanno in comune Ludwig van Beethoven, Benny Goodman e Jimi Hendrix?*
- *In che modo il cervello ci prende in giro a volte ascoltando musica? E in che modo i compositori hanno usato tali illusioni?*
- *In che modo la matematica può aiutarci a creare nuova musica?*
- *La melodia contiene sia intonazione che ritmo. È possibile descrivere oggettivamente la loro connessione?*
- *È possibile descrivere obiettivamente la complessità del ritmo musicale?*

Nel discutere queste e altre domande, descriveremo i metodi matematici che utilizziamo e forniremo alcuni esempi illustrativi di un'ampia varietà di musica.

L'articolo è organizzato come segue. Riassumiamo innanzitutto il metodo matematico delle trasformate di Gabor (noto anche come trasformate di Fourier a breve durata o spettrogrammi). Questo sommario sottolinea l'uso di un *frame di Gabor* discreto per eseguire l'analisi. La sezione che segue illustra il valore degli spettrogrammi nel fornire descrizioni obiettive dell'esecuzione musicale e la struttura geometrica tempo-frequenza del suono musicale registrato. I nostri esempi coprono una vasta gamma di generi musicali e stili di interpretazione, tra cui: Pavarotti che canta un'aria di Puccini (I Tre Tenori, 1990), la registrazione del 1982 della Sinfonia *Appalachian Spring* di Copland con l'Atlanta Symphony Orchestra (Copland, 1982), la registrazione di Louis Armstrong del 1950 di "La Vie en Rose" (Armstrong, 1996), l'introduzione di musica rock con "Layla" di Duane Allman ed Eric Clapton del 1970 (Derek and the Dominoes, 1970), la canzone dei Beatles del 1968 "Blackbird" (The

Beatles, 1968) e il mottetto rinascimentale “Non vos relinquam orphanos” di William Byrd (2003). Discutiamo in seguito della sintesi del segnale usando frame di Gabor duali, e illustriamo come questa sintesi possa essere utilizzata per elaborare il suono registrato e creare nuova musica. Quindi passiamo al metodo delle trasformate wavelet continue e mostriamo come possano essere utilizzate insieme agli spettrogrammi per due applicazioni: (1) ingrandimento degli spettrogrammi per fornire visualizzazioni [views] più dettagliate e (2) produzione di rappresentazioni oggettive tempo-frequenza della melodia e del ritmo. Le illustrazioni musicali di queste due applicazioni sono tratte da un’esecuzione di Aldo Ciccolini del 1983 di “Gymnopédie I” di Erik Satie (1987) e da una registrazione jazz del 1961 di “Unsquare Dance” di Dave Brubeck (1961). Concludiamo l’articolo con una descrizione quantitativa e obiettiva della complessità degli stili ritmici, combinando idee tratte dalla musica e dalla teoria dell’informazione.

Trasformate di Gabor discrete: analisi del segnale

Rivediamo brevemente il metodo ampiamente utilizzato delle trasformate di Gabor (1946), note anche come trasformate di Fourier a breve termine, o spettrogrammi o sonogrammi. Il primo sforzo completo nell’impiego di spettrogrammi nell’analisi musicale è stato il capolavoro di Robert Cogan, *New Images of Musical Sound* (Cogan, 1984) — un libro che merita tuttora uno studio approfondito. Un contributo più recente si deve a Latartara (2008). Dörfler (2001, 2002) descrive gli aspetti matematici fondamentali dell’uso delle trasformate di Gabor per l’analisi musicale. Altre fonti per la teoria e le applicazioni delle trasformate di Fourier di breve durata includono (Allen e Rabiner, 1977; Rabiner e Allen, 1979; Qian e Chen, 1996; Sethares, 2007; Loy, 2007). Vi è anche un notevole background matematico negli studi di Feichtinger e Strohmer (1998, 2002) e Gröchenig (2001), con applicazioni musicali discusse da Dörfler e Feichtin-

ger (1999). L'uso di sonogrammi o spettrogrammi per l'analisi della musica del canto degli uccelli è descritto da Kroodsma (2005); Rothenberg (2005); Mache (1993). La teoria delle trasformate di Gabor è discussa con più completezza da Feichtinger e Strohmer (1998, 2002) e Gröchenig (2001) dal punto di vista della teoria dello spazio di funzioni. Il fulcro della nostra presentazione, tuttavia, risiederà sui suoi aspetti discreti, poiché stiamo per elaborare le registrazioni digitali.

I segnali sonori che analizziamo sono tutti digitali, quindi discreti, assumiamo dunque che un segnale sonoro abbia la forma $\{f(t_k)\}$, per valori uniformemente spazati $t_k = k\Delta t$ in un intervallo finito $[0, T]$. Una trasformata di Gabor di f , con la funzione finestra w , è definita come segue. Innanzitutto, si moltiplichi $\{f(t_k)\}$ per una sequenza di funzioni di finestra spostate $\{w(t_k - \tau_l)\}_{l=0}^M$, producendo sotto-segnali localizzati nel tempo, $\{f(t_k)w(t_k - \tau_l)\}_{l=0}^M$. I valori temporali distribuiti uniformemente, $\{\tau_l = t_{jl}\}_{l=0}^M$, sono usati per gli spostamenti (con j numero intero positivo maggiore di 1). Le finestre $\{w(t_k - \tau_l)\}_{l=0}^M$ sono tutte supportate in modo compatto e si sovrappongono l'una all'altra; vedi figura 147.

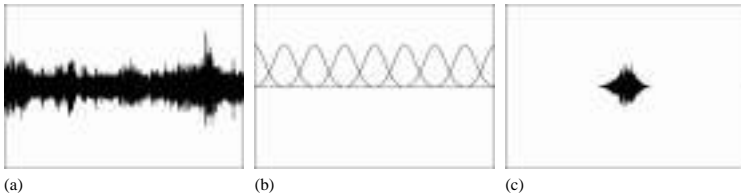


Fig. 147 (a) Segnale. (b) Successione di funzioni finestra. (c) Segnale moltiplicato dalla finestra centrale in (b); una FFT può essere applicata a questo segnale finestra.

Il valore di M è determinato dal numero minimo di finestre necessarie per ricoprire $[0, T]$, come illustrato nella figura 147 (b). In secondo luogo, poiché w è supportato in modo compatto, trattiamo ogni sotto-segnale $\{f(t_k)w(t_k - \tau_l)\}$ come una sequenza finita e vi

applichiamo una FFT⁹⁸ \mathcal{F} . Questo dà la trasformata di Gabor di $\{f(t_k)\}$:

$$\{\mathcal{F}\{f(t_k)w(t_k - \tau_l)\}\}_{l=0}^M. \quad (5)$$

Descriveremo fra poco (5) in modo più esplicito (vedi l'osservazione 1). Al momento, si noti che, poiché i valori t_k appartengono all'intervallo finito $[0, T]$, estendiamo sempre i nostri valori del segnale oltre i punti finali dell'intervallo aggiungendo zeri; quindi sono inclusi i supporti completi di tutte le finestre.

La trasformata di Gabor che utilizziamo impiega una *finestra Blackman* definita da

$$w(t) = \begin{cases} 0.42 + 0.5 \cos(2\pi t/\lambda) + 0.08 \cos(4\pi t/\lambda) & \text{for } |t| \leq \lambda/2 \\ 0 & \text{for } |t| > \lambda/2 \end{cases}$$

per un parametro positivo λ che eguaglia la larghezza della finestra dove è eseguita la FFT. Nella figura 147 (b) mostriamo una successione di queste finestre di Blackman. Ulteriore contestualizzazione del perché usiamo le finestre di Blackman è fornita da Cheng et al. (2009).

L'efficacia di queste trasformate di Gabor è mostrata da come esse producano delle rappresentazioni tempo-frequenza che ben si accordano con la nostra percezione uditiva, la quale è descritta nella vasta letteratura sulle trasformate di Gabor che abbiamo brevemente sintetizzato sopra. In questo articolo forniamo molti altri esempi per illustrare la loro efficacia.

Osservazione 1. Per vedere come gli spettrogrammi mostrino il contenuto in frequenza di un suono registrato, è d'aiuto scrivere la FFT \mathcal{F} nell'equazione (5) in una forma più esplicita. La FFT che usiamo è data, per N pari, dal seguente mapping di una sequenza di numeri reali $\{a_m\}_{m=-N/2}^{m=N/2-1}$:

$$\{a_m\} \xrightarrow{\mathcal{F}} \left\{ A_\nu = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{m=-N/2}^{N/2-1} a_m e^{-i2\pi m\nu/N} \right\}, \quad (6)$$

⁹⁸N.d.T. Fast Fourier transform, trasformata veloce di Fourier.

dove ν è un intero qualsiasi. Applicando \mathcal{F} in (5), facciamo uso del fatto che ogni finestra di Blackman $w(t_k - \tau_l)$ è centrata in $\tau_l = jl\Delta t$ ed è 0 per t_k fuori dal suo supporto, il quale va da $t_k = (jl - N/2)\Delta t$ a $t_k = (jl + N/2)\Delta t$ ed è 0 a $t_k = (jl \pm N/2)\Delta t$. Perciò, per una data finestra specificata da l , la FFT \mathcal{F} in (6) è applicata al vettore $(a_m)_{m=-N/2}^{N/2-1}$ definito da

$$(f(t_k)w([k - jl]\Delta t))_{k=jl-N/2}^{jl+N/2-1}.$$

In (6), la variabile ν corrisponde alle frequenze per gli esponenziali complessi discreti $e^{-i2\pi m\nu/N}$ usati nella definizione della FFT \mathcal{F} . Per dati a valori reali, come il suono registrato, i valori A_ν della FFT soddisfano la condizione di simmetria $A_{-\nu} = A_\nu^*$, dove A_ν^* è il complesso coniugato di A_ν . Nessuna informazione è dunque ricavata dalle frequenze negative. Quando la trasformata di Gabor è visualizzata, inoltre, i valori della trasformata di Gabor sono indicati come magnitudini al quadrato (indichiamo questi grafici come *spettrogrammi*). Vi è una perfetta simmetria a ν e $-\nu$, perciò i valori con frequenze negative non sono mostrati negli spettrogrammi.

Frame di Gabor

Quando discuteremo della sintesi audio, sarà importante utilizzare l'espressione delle trasformate di Gabor in termini di frame di Gabor. Un importante e fondamentale articolo in questo campo è (Strohmer, 1998). Un'introduzione completa può essere trovata in (Feichtinger et al., 2007). Presentiamo qui i frame di Gabor perché seguono naturalmente dalla combinazione di (5) e (6). Se si preferisce vedere degli esempi musicali, si passi alla sezione successiva e si ritorni qui quando discuteremo della sintesi del segnale.

Facendo uso della descrizione del vettore (a_m) dato alla fine dell'osservazione 1 possiamo esprimere (5) come

$$\frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=k_0}^{k_1} f(k\Delta t)w([k-jl]\Delta t)e^{-i2\pi[k-jl]\nu/N}. \quad (7)$$

In (5), i valori k_0 e k_1 sono i limiti inferiore e superiore di k , necessari per estendere i valori del segnale oltre i punti agli estremi di $[0, T]$. Abbiamo anche fatto uso del fatto che $w([k-jl]\Delta t) = 0$ per $k \leq jl - N/2$ e per $k \geq jl + N/2$.

Definiamo adesso le funzioni $\mathbf{G}_{l,\nu}(k)$ per $\nu = -N/2, \dots, N/2 - 1$ ed $l = 0, \dots, M$ come

$$\mathbf{G}_{l,\nu}(k) = \frac{1}{\sqrt{N}}w([k-jl]\Delta t)e^{-i2\pi[k-jl]\nu/N} \quad (8)$$

e scriviamo $C_{l,\nu}$ per i valori della trasformata di Gabor che sono calcolati dalla (7):

$$C_{l,\nu} = \sum_{k=k_0}^{k_1} f(t_k)\mathbf{G}_{l,\nu}(k). \quad (9)$$

Abbiamo eliminato la dipendenza da j poiché ha un valore fisso, specificando la quantità di spostamento per ciascuna finestra successiva (attraverso $\tau_l = t_{jl}$). È fissato all'inizio e non cambia durante la procedura di analisi utilizzando $\{\mathbf{G}_{l,\nu}\}$.

Il significato dell'equazione (9) è che ciascun valore $C_{l,\nu}$ della trasformata di Gabor è espresso come un prodotto interno con un vettore $(\mathbf{G}_{l,\nu}(k))$. L'intero arsenale di algebra lineare può dunque essere recuperato per affrontare i problemi di analisi e sintesi con le trasformate di Gabor. Per esempio, i vettori $\{\mathbf{G}_{l,\nu}\}$ sono un *frame* discreto. La teoria dei frame è una parte ben consolidata della teoria degli spazi di funzioni, che inizia con il lavoro di Duffin e Schaeffer sulle serie di Fourier non armoniche (Duffin e Schaeffer, 1952; Young, 1980) attraverso applicazioni nella teoria delle wavelet (Daubechies

et al., 1986; Casazza, 2000; Heil e Walnut, 1989) così come nell'analisi di Gabor (Feichtinger e Strohmer, 1998, 2002; Gröchenig, 2001; Christensen, 2003).

Per correlare il nostro frame discreto di Gabor a questo corpo di teoria standard dei frame, e per fornire una condizione elementare per un frame discreto di Gabor, richiediamo che le finestre soddisfino

$$A \leq \sum_{l=0}^M w^2(t_k - \tau_l) \leq B \quad (10)$$

per due costanti positive A e B (le *costanti di frame*). Le costanti A e B assicurano *stabilità numerica*, inclusa la prevenzione dell'overflow durante analisi e sintesi. Le disequaglianze in (10) ovviamente valgono per le nostre finestre di Blackman quando esse si sovrappongono come mostrato in figura 147 (b). Utilizzando (8) attraverso (10), con la disequaglianza di Cauchy-Schwarz, otteniamo (per $K := k_1 - k_0 + 1$):

$$\sum_{l=0, \nu=-N/2}^{M, N/2-1} |C_{l, \nu}|^2 \leq (KB) \|f\|^2, \quad (11)$$

dove $\|f\|$ è la norma euclidea standard: $\|f\|^2 = \sum_{k=k_0}^{k_1} |f(t_k)|^2$. Quando, più avanti nell'articolo, consideriamo la sintesi della trasformata di Gabor, troveremo anche che

$$(A/K) \|f\|^2 \leq \sum_{l=0, \nu=-N/2}^{M, N/2-1} |C_{l, \nu}|^2. \quad (12)$$

Abbiamo dunque (considerando $B_1 := A/K$ e $B_2 := KB$):

$$B_1 \|f\|^2 \leq \sum_{l=0, \nu=-N/2}^{M, N/2-1} |C_{l, \nu}|^2 \leq B_2 \|f\|^2, \quad (13)$$

una versione discreta dei limiti dell'*operatore di analisi* nella teoria degli spazi di funzioni. Con *operatore di analisi* indichiamo la trasformata \mathcal{G} di Gabor definita da $\{f(t_k)\} \xrightarrow{\mathcal{G}} \{C_{l,\nu}\}$.

Osservazione 2. (1) Non è necessario utilizzare una singola finestra w fissata per eseguire l'analisi di Gabor. Si potrebbero, per esempio, usare finestre $w_l(t_k - \tau_l)$ per ciascuna l , a condizione che $A \leq \sum_{l=0}^M w_l^2(t_k - \tau_l) \leq B$ sia soddisfatta. Fare ciò consente una maggiore flessibilità nel trattamento di eventi rapidi come colpi di percussioni (Zibulski e Zeevi, 1997), (Dörfler, 2002, capitolo 3), (Dörfler e Feichtinger, 2004).

(2) I valori temporali $\{t_k\}$ non devono essere uniformemente spazati (ciò è chiamato *campionamento [sampling] non uniforme*) (Feichtinger e Strohmer, 1998, 2002). Un'applicazione che utilizza un sampling non uniforme è descritta nell'esempio 2.

Esempi musicali di analisi di Gabor

Discutiamo ora una serie di esempi di utilizzo di spettrogrammi per analizzare la musica registrata. Il nostro obiettivo è mostrare come gli spettrogrammi possano essere utilizzati per fornire un'altra dimensione, una dimensione quantitativa, per comprendere l'arte di alcune delle grandi interpretazioni musicali. Per ciascuno degli spettrogrammi mostrati è possibile visualizzare un video dello spettrogramma tracciato mentre la musica viene riprodotta, andando su questa pagina web:

<https://people.uwec.edu/walkerjs/MBSGC/> (14)

La visione di questi video è un vero aiuto per capire come gli spettrogrammi colgano importanti caratteristiche della musica. Il sito internet fornisce inoltre una bibliografia online e i link verso il software che abbiamo utilizzato. Un altro software avan-

zato per l'analisi tempo-frequenza è MatLab.⁹⁹ Mentre descriviamo questi esempi, indichiamo brevemente come si relazionano con l'arte della musica e la sua creazione. Mentre gli spettrogrammi sono estremamente utili per l'analisi quantitativa dell'esecuzione — e l'esecuzione stessa è un atto di creazione artistica — dovremo anche indicare alcuni modi in cui gli spettrogrammi possano essere utili per aiutare il processo creativo della composizione musicale. Quando finiremo di discutere di questi esempi, riassumeremo tutte queste osservazioni sulla creatività musicale.

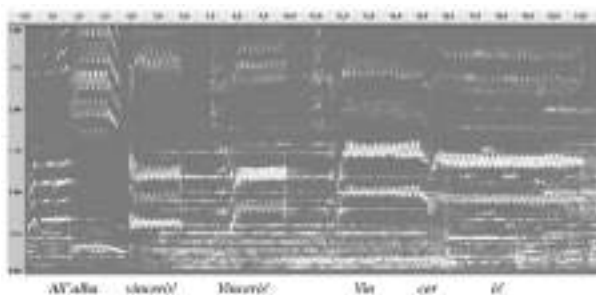


Fig. 148 Spettrogramma da una registrazione di “Nessun dorma” con Luciano Pavarotti. Il vibrato di notevole ampiezza di Pavarotti è chiaramente visibile e *misurabile*. Le diverse *formanti* (amplificazione selettiva di diverse bande di frequenza) per diverse vocalizzazioni del testo (stampate sotto lo spettrogramma) sono anch'esse chiaramente mostrate. Pavarotti cambia le formanti per le prime due vocalizzazioni di *vincerò*, e questo è chiaramente udibile come un cambiamento di brillantezza (timbro) del suono. In aggiunta, Pavarotti trattiene la nota finale, cantata come un *ò* esteso, con un grande vibrato ad ampiezza costante per più di cinque secondi, un'impresa straordinaria. Un video per questa figura si trova alla pagina (14), e un grafico più ampio in (Don, 2010).

Esempio 1. (Vocali di Pavarotti). Il nostro primo esempio è un'analisi tramite spettrogramma della conclusione del “Nessun Dorma” di Puccini, con la voce di Luciano Pavarotti, registrato nel 1990 (I

⁹⁹<https://www.mathworks.com/academia/tah-portal/technische-universitat-wien-30338656.html>

Tre Tenori, 1990). Vedi figura 148. Questo spettrogramma mostra il vibrato (oscillazioni del pitch) con una grande ampiezza ottenuto da Pavarotti. Usando lo spettrogramma, possiamo misurare quantitativamente le ampiezze nel vibrato. Ciò illustra un'interessante *applicazione creativa* degli spettrogrammi. Dal momento che essi possono essere visualizzati in tempo reale mentre il cantante si esibisce, possono essere utilizzati per aiutare gli artisti ad analizzare e *migliorare* il loro vibrato, sia in ampiezza che in stabilità. Un pacchetto economico per la visualizzazione di spettrogrammi in tempo reale è il Sound Tools Extended (STx)¹⁰⁰ della Acoustical Research Institute, Austrian Academy of Sciences.

Si noti inoltre che Pavarotti è in grado di alterare la struttura della formante (l'amplificazione selettiva di diverse bande di frequenza) della stessa parola nei testi, che produce un cambiamento chiaramente udibile nella brillantezza (timbro) del suono. L'uso degli spettrogrammi per studiare le formanti è di solito dominio della linguistica (O'Grady et al., 1993). Vediamo qui, tuttavia, che le formanti — attraverso un adattamento in tempo reale dell'amplificazione selettiva della frequenza (risonanza selettiva) — svolgono un ruolo nella magnifica strumentazione che è possibile con la voce umana.¹⁰¹

Esempio 2. (Voci corali e voci soliste contrastanti). Il nostro secondo esempio è un altro brano tratto dalla stessa registrazione del “Nessun Dorma” (I Tre Tenori, 1990), contenente un brano corale e l'introduzione dell'assolo conclusivo di Pavarotti, vedi figura 149.

Dallo spettrogramma si evince un notevole contrasto fra il vibrato sinuoso e sfocato del coro all'inizio del passaggio, contrapposto al vibrato più chiaro della voce di Pavarotti, centrato su singole note prolungate. La sfocatura del vibrato del coro è dovuta al *riverbero* (eco persistente).¹⁰² Possiamo descriverlo con il seguente modello:

¹⁰⁰<https://www.kfs.oeaw.ac.at/index.php?lang=en>

¹⁰¹Vi è qualche ipotesi secondo la quale l'apparato vocale umano si sia di fatto evoluto inizialmente per cantare, e non per parlare (Mithen, 2006).

¹⁰²N.d.T. Il riverbero è diverso dall'eco.

$$f(t_k) = \sum_{j=0}^J g([k - jm]\Delta t)h(j), \quad (15)$$

dove m è un intero positivo, g è il suono che viene riverberato e h è una funzione di smorzamento. La sovrapposizione delle versioni in differita [spostate nel tempo] e leggermente smorzate di g crea l'effetto di sfocatura, a causa della vicinanza nel tempo di versioni quasi identiche e spostate di g . L'equazione (15) è una *convoluzione* discreta. Gli ingegneri del suono utilizzano frequentemente un modello come questo, chiamato *riverbero a convoluzione*, per simulare gli effetti del riverbero (Duesenberry, 2005), (Assayag e Feichtinger, 2002, sezione 16.7.2). La funzione h , chiamata *risposta impulsiva*, è creata una sola volta attraverso la registrazione in digitale di un riverbero di un suono molto acuto e improvviso [sharp sound] (un impulso). Supponendo che siano verificate la linearità e l'invarianza di spostamento del riverbero, il riverbero di altri suoni viene simulato digitalmente tramite l'equazione (15).

Daremo un esempio dell'uso del riverbero a convoluzione per produrre una nuova composizione musicale, "Sierpinski Round", nell'esempio 13.

Contrariamente al riverbero nel coro, la voce di Pavarotti — che emerge ad alto volume dal centro del coro, un'esperienza emotivamente toccante — è molto più chiaramente definita nel suo vibrato, che oscilla intorno a toni costanti. La mancanza di riverbero nella voce di Pavarotti è probabilmente dovuta a una differenza nel modo in cui la sua voce è stata registrata. La registrazione è stata eseguita dal vivo presso le rovine delle Terme di Caracalla a Roma. Pavarotti cantava in un singolo microfono, mentre le voci multiple del coro venivano registrate da un altro microfono (o da un set di microfoni piccolo rispetto al gran numero di membri del coro). Di conseguenza, la registrazione del coro include il riverbero dalle mura delle rovine, mentre il singolo microfono di Pavarotti registra la sua voce iniziale senza molto riverbero. La clamorosa apparizione della

voce di Pavarotti¹⁰³ nel mezzo del coro è senza dubbio una scelta artistica di Puccini per creare un drammatico contrasto tra l'individuo e il collettivo. La sfocatura del riverbero delle voci corali rispetto alla chiarezza della voce solista serve a migliorare ulteriormente il contrasto. Questa contrapposizione migliorata può anche essere una decisione creativa, e con metodi come il riverbero a convoluzione può essere deliberatamente prodotta nella creazione di registrazioni digitali.

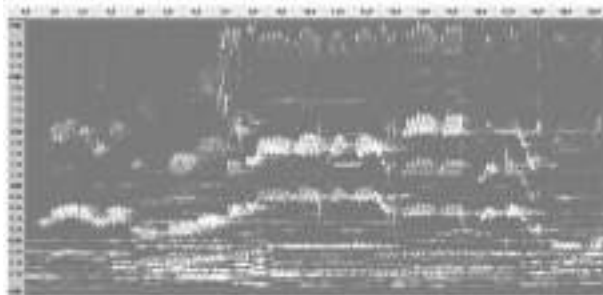


Fig. 149 Spettrogramma da una registrazione di “Nessun dorma” con Luciano Pavarotti. Nei primi 7.5 secondi, c'è un coro di voci che cantano. Le loro parole cantate producono diverse curve sfocate e sinuose, corrispondenti alle fondamentali e agli ipertoni di voci maschili e femminili. Questo coro canta con il vibrato, ma il vibrato è oscurato dalla sfocatura (una convoluzione del suono riverberante). Al contrario, l'assolo di Pavarotti emerge dal coro a circa 7.0 secondi. Le sue intonazioni presentano un vibrato molto più chiaro e sono centrate su pitch singoli e più allungati. Un video per questa figura si trova alla pagina (14), e un grafico più ampio in (Don, 2010).

Esempio 3. (La voce di Louis Armstrong suona come la sua tromba?). La pianista classica Edna Stern ha risposto molto bene a questa domanda, con la sua breve descrizione dell'arte creativa di Louis Armstrong:

Il modo in cui egli suona la tromba è molto simile al suo canto, si manifesta nel modo in cui vibra o segna i momenti espressivi della

¹⁰³N.d.T. La voce del tenore.

musica. Anche i tempi e il modo in cui costruisce le sue frasi sono entrambi realizzati nello stesso modo declamatorio del suo canto. Quando canta, i suoi vibrati sono molto simili ai vibrati della tromba, e penso che ci sia una chiarezza nel modo in cui punteggia le sue sillabe, usando quelle esplosive a guisa di tromba.¹⁰⁴

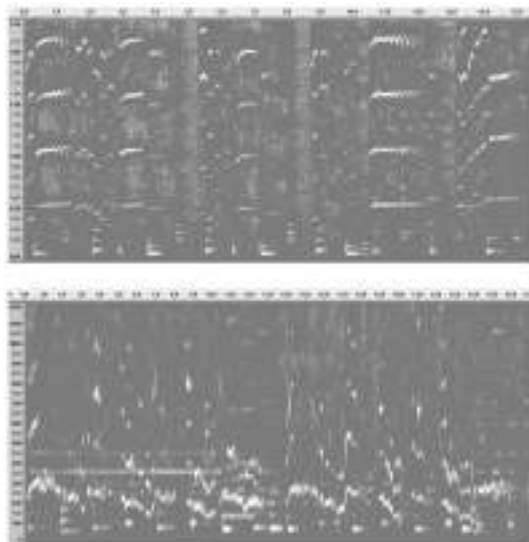


Fig. 150 In alto: spettrogramma di un assolo di tromba di Louis Armstrong. In basso: spettrogramma della voce di Louis Armstrong. Un video per questa figura si trova alla pagina (14), e un grafico più ampio in (Don, 2010).

Nella figura 150 mostriamo due spettrogrammi di clip estratte dalla registrazione del 1950 di “La vie en rose” eseguita da Armstrong (Armstrong, 1996) che illustrano perfettamente, in un modo quantitativo, di cosa stia parlando Stern. Essi [gli spettrogrammi] contengono un assolo di tromba e la vocalizzazione di Armstrong. Tutte le vocali presentano il vibrato. Le fondamentali per la tromba

¹⁰⁴N.d.T. La pagina web indicata come riferimento, <http://www.pandalous.com/>, non è più attiva.

si trovano in un registro più acuto (attorno ai 500 Hz) rispetto alle vocali (attorno ai 200 Hz).

Le note di tromba più importanti che espongono il vibrato sono comprese tra 0.2 e 1.4 secondi, tra 10.5 e 12.2 secondi e tra 14.0 e 15.3 secondi. È interessante come Armstrong aumenti l'ampiezza del vibrato al procedere delle note. Ciò è più evidente per le tre note appena citate. Vi è un interessante contrasto confrontando queste note di tromba con le note a frequenza costante di altri strumenti nel passaggio (le barre orizzontali nello spettrogramma che corrispondono alle note di basso alle frequenze più gravi, così come le note di chitarra e pianoforte alle frequenze più acute). Durante la registrazione, Armstrong suona anche note con vibrato ad ampiezza costante. Ad esempio, alla fine della registrazione, sostiene per circa sei secondi una nota con un vibrato di ampiezza costante. L'immagine dello spettrogramma corrispondente è simile alla nota finale di *ò!* sostenuto da Pavarotti in figura 148, quindi non lo mostriamo.

Le sillabe esplosive a cui si riferisce Stern sono evidenti nelle brevissime strutture fortemente inclinate con cui molte voci iniziano. Una particolarmente rilevante si ritrova nello spettrogramma vocale nella figura 150 a circa 14.0 secondi. Un simile inizio esplosivo di una nota di tromba appare a circa 8.8 secondi nello spettrogramma contenente l'assolo di tromba.

Louis Armstrong è ben noto sia per la sua tromba che per il suo stile vocale unico. Qui abbiamo dimostrato, in modo quantitativo, che è inutile tentare di separare questi due aspetti della sua interpretazione.

Esempio 4. (Dissonanza nella musica rock). Il nostro prossimo esempio è una registrazione di uno dei passaggi più famosi nella musica rock, l'introduzione alla registrazione del 1970 di "Layla" di Derek and the Dominoes (1970). Vedi figura 151. Il passaggio inizia con le due chitarre di Duane Allman ed Eric Clapton che suonano in perfetta sincronia. Intorno al secondo 1.7, tuttavia, si ha una distorsione del suono con un ronzio. La distorsione è dovuta a un effetto di battimento fra ipertoni ravvicinati. Sebbene

questa dissonanza possa offendere alcune orecchie, è certamente un effetto consapevole realizzato dai musicisti come preludio a un'intensa supplica [pleading] con una voce molto graffiante del cantante, più avanti nella canzone. È interessante confrontare questa intensa dissonanza con quella più sottile invocata in “Gymnopédie I” (vedi figura 161). Quando discuteremo di “Gymnopédie I”, mostreremo come questo contrasto possa essere caratterizzato quantitativamente e come potrebbe essere utile nella composizione musicale.

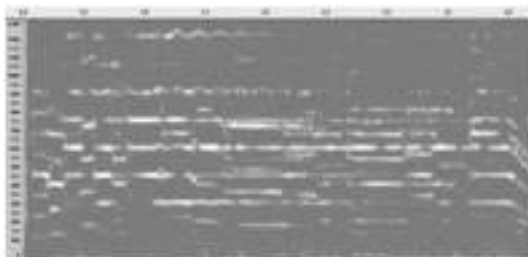


Fig. 151 Spettrogramma da una registrazione di “Layla” con Eric Clapton e Duane Allman alle chitarre. Una caratteristica importante dello spettrogramma è la chiara indicazione della pulsazione tra i vari ipertoni. Ad esempio, per un tempo compreso tra 1.7 e 2.2 secondi e frequenze tra 450 Hz e 750 Hz, e anche per un tempo tra 2.2 e 2.4 secondi e frequenze tra 300 Hz, 550 Hz e 700 Hz. Il battito appare come sequenze di punti scuri che giacciono tra bande di ipertoni orizzontali. È chiaramente udibile come un ronzio. Un video per questa figura si trova alla pagina (14), e un grafico più ampio in (Don, 2010).

Esempio 5. (La geometria di *Appalachian Spring*). L’uso di gruppi finiti nell’analisi della struttura di note e accordi nelle partiture musicali è ben definito (Harkleroad, 2006; Fauvel et al., 2003; Benson, 2006). La ricerca si estende adesso anche all’uso di metodi altamente sofisticati propri della geometria algebrica (Mazzola, 2002) e della topologia delle varietà orbitali (Tymoczko, 2006). Vengono utilizzati anche metodi informatici (Chew, 2008; Beauchamp, 2007; Assayag e Feichtinger, 2002).

Un vantaggio che hanno gli spettrogrammi rispetto all'analisi delle partiture, tuttavia, è che ci forniscono un modo per identificare queste operazioni di gruppo eseguite per un periodo di tempo esteso in un brano musicale complesso. In tali casi, l'analisi delle partiture sarebbe scoraggiante, almeno per coloro che non possiedono una vasta educazione musicale. Gli spettrogrammi possono aiutare coloro che non hanno esperienza nella lettura della partitura a vedere i modelli, e possono aiutare coloro che hanno esperienza a collegare queste operazioni di gruppo agli stessi modelli della partitura. In entrambi i casi, il loro contributo è prezioso. Una solida comprensione di queste operazioni di gruppo e di come i principali compositori le abbiano utilizzate è certamente un aspetto importante dell'apprendimento della composizione.

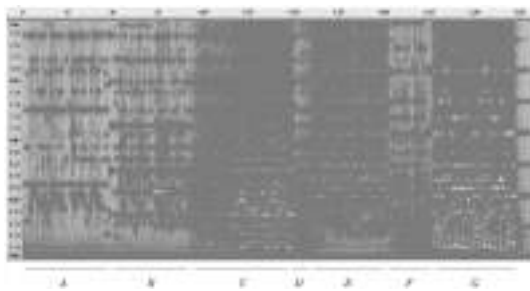


Fig. 152 Spettrogramma di un brano da *Appalachian Spring* di Aaron Copland. Negli intervalli di tempo contrassegnati da A fino a G, si ha una complessa sequenza di trasposizioni e dilatazioni temporali, suonate da vari strumenti, della melodia di base introdotta in A. Un video per questa figura si trova alla pagina (14), e un grafico più ampio in (Don, 2010).

Come esempio dell'analisi di uno spettrogramma senza riferimenti alla partitura, esaminiamo la Sezione 7 della suite sinfonica *Appalachian Spring* di Aaron Copland (1982), registrata dall'Atlanta Symphony [Orchestra], figura 152. Copland usa operazioni teoriche di gruppo sul piano tempo-frequenza — trasposizione e dilatazione — per sviluppare la melodia di base dell'inno Shaker "Simple Gifts".

Nello spettrogramma, all'interno dell'intervallo temporale *A* e del range di frequenza da 300 a 600 Hz, vi è la prima esposizione della melodia, eseguita dai legni. Vi è anche una trasposizione e dilatazione temporale¹⁰⁵ di una parte della melodia verso un range di frequenze molto più acute (intervallo temporale da 0:15 a 0:17 e intervallo di frequenza da 900 Hz a 1200 Hz) — una sorta di acciacatura, ma utilizzando un intero motivo melodico. Nell'intervallo di tempo *B* e nel range di frequenze da 200 a 500 Hz vi è una trasposizione al grave eseguita dagli archi, con una dilatazione temporale (allungamento) della melodia, più alcune note interpolate in modo che la melodia suoni ancora per altri 30 secondi.

Nell'intervallo di tempo *C*, c'è uno sviluppo della melodia nello stile di una fuga. Comincia con un'altra trasposizione dalla melodia di *A* a una gamma di frequenze più gravi rispetto a *B*. In seguito, attorno a 1:12, si sovrappongono la trasposizione a frequenze più acute della melodia di *A*, eseguita dai corni, con una sottostante trasposizione al grave, eseguita dagli archi gravi, dilatata nel tempo con un movimento molto lento (allungamento). Nell'intervallo *D* si ha un passaggio di transizione, eseguito dai legni, con brevi motivi estratti dalla melodia. L'inizio dell'intervallo di tempo *E*, circa da 1:37 a 1:40, contiene un crescendo ascendente del corno che porta a una trasposizione della melodia da *A* a una gamma di frequenza più acuta (anch'essa eseguita dai corni). Nell'intervallo di tempo *F* si ha nuovamente una trasposizione al grave, eseguita dai legni. Il passaggio si conclude infine con l'intervallo di tempo *G*, contenente una combinazione di tutte le precedenti trasposizioni: suonate ad alto volume dagli archi, dai corni e dai legni, enfatizzate dal maestoso martellamento ritmico di una grancassa.¹⁰⁶ Questo passaggio da

¹⁰⁵N.d.T. Qui e altrove si utilizza il termine “time dilation”, ma nel testo si fa anche riferimento a un accorciamento della durata con i termini “time shortening” e “shrinkage”, qui omissi.

¹⁰⁶Per quegli ascoltatori che abbiano familiarità con il background religioso dell'inno Shaker, all'interno di questo frammento conclusivo la metafora — esterna alla musica — dell'eredità della terra è inequivocabile.

Appalachian Spring è un esempio notevole di uno sviluppo esteso di un tema melodico.

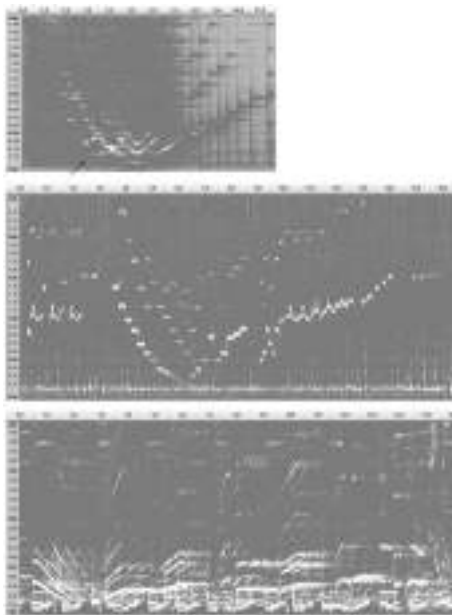


Fig. 153 In alto: spettrogramma da una registrazione della Sonata per Pianoforte op.109 in Mi maggiore di Beethoven. La freccia indica una scala ascendente al basso, che entra in contrasto con la scala discendente alla chiave di violino. Al centro: spettrogramma da una registrazione di Benny Goodman di "Sing, Sing, Sing". In basso: spettrogramma da una registrazione di Jimi Hendrix di "All Along the Watchtower". Un video per questa figura si trova alla pagina (14). e un grafico più ampio in (Don, 2010).

Esempio 6. (Cos'hanno in comune Ludwig van Beethoven, Benny Goodman e Jimi Hendrix?). La risposta breve, ovviamente, è che tutti hanno creato della grande musica. Nella figura 153 mostriamo tre spettrogrammi delle registrazioni di brevi passaggi della loro musica.

È interessante trovare somiglianze e differenze fra questi spettrogrammi e la musica che riflettono. Nel brano di Beethoven — un frammento della sua Sonata per pianoforte op.109 in Mi maggiore eseguita da David Añez Garcia (Beethoven, 2007, movimento 1, battute 15–17) — vediamo una serie discendente di note in chiave di violino seguite da una serie ascendente, che riflettono un'approssimativa simmetria speculare. La simmetria è interrotta, tuttavia, da una serie ascendente di note al basso (indicate dalla freccia sullo spettrogramma). Il motivo a specchio simmetrico è inoltre interrotto dalle delicate note ascendenti che scorrono verso destra.

Lo spettrogramma della registrazione di Goodman — una clip di una trasmissione live, intorno al 1943, di “Sing, Sing, Sing” (Goodman, 1991)¹⁰⁷ — mostra anch'esso una simile simmetria approssimativamente speculare dal secondo 3.5 a 8.5, che è anch'essa spezzata da una scala leggermente ascendente che scorre verso destra. In questo caso, Goodman suona un clarinetto e realizza un *bending delle note* che è comunemente eseguito nello stile jazz. Il *bending delle note* è chiaramente visualizzato nello spettrogramma da strutture incurvate e collegate (che possiedono esse stesse una propria simmetria). Si tratta di un contrasto significativo con le note di pianoforte armonicamente costanti e separate in modo discreto¹⁰⁸ all'interno del passaggio di Beethoven. Lo spettrogramma del passaggio di Hendrix — una clip della sua registrazione, nel 1968, di “All Along the Watch-tower” (Electric Ladyland, 1968) — mostra uno schema simile agli altri due, con una discesa approssimativamente simmetrica e un'ascesa del pitch, seguita da un delicato andamento ascendente del contorno melodico. Hendrix illustra tuttavia un aspetto unico della sua musica. Invece di utilizzare note discrete, usa la sua chitarra elettrica per generare un *flusso continuo di accordi*. La progressione degli accordi è continua, a differenza di un insieme di note discrete

¹⁰⁷Speriamo che la nostra discussione di questa composizione aiuti ad alleviarne la sua immeritata ombra. Durante la stesura di questo articolo, (Goodman, 1991) era ancora in stampa.

¹⁰⁸N.d.T. In senso matematico, non continuo.

tipicamente utilizzate nella maggior parte della musica occidentale.¹⁰⁹ È interessante il fatto che il suono elettronico prodotto qui sia sorprendentemente caldo e morbido, specialmente nella parte successiva del “trailing off”. Questo è forse dovuto alla sintesi da parte di Hendrix di transizioni accordali continue e del vibrato (“wah-wah”) all’interno della scala del blues, un risultato notevole.

Un’analisi più dettagliata dello spettrogramma relativo alla sonata per pianoforte di Beethoven è disponibile in (Cogan, 1984, pagine 49–56). Per ulteriori informazioni sul jazz *vis-à-vis* con la musica classica, si veda (Bernstein, 2004, pagine 106–132). Per commenti incisivi su Hendrix in particolare, si veda (Adams, 2008, pagine 197 e 203).

Esempio 7. (Il canto degli uccelli come scintilla creativa per la musica). Il canto degli uccelli ha una lunga e rinomata storia nel fornire alla composizione musicale una scintilla creativa. Donald Kroodsma, forse l’autorità mondiale a proposito di canto degli uccelli, ne ha sinteticamente descritto la storia:

Già nel 1240, il *cucù* del cuculo appare nella musica umana, in terze minori. Le canzoni di allodole, tordi bottacci e usignoli debuttano nei primi anni del 1400. Il compositore francese Olivier Messiaen è il mio eroe, poiché campionava canti di uccelli nelle sue composizioni. Adoro anche i Pini di Roma di Respighi, poiché i brani di un usignolo accompagnano l’Orchestra... Ho inoltre capito di recente perché io abbia sempre apprezzato particolarmente il concerto della “Primavera” dalle *Quattro stagioni* di Vivaldi: si tratta degli uccelli e dei loro canti che celebrano il ritorno della primavera in questo concerto, e adesso chiaramente sento i canti degli uccelli nelle brevi e virtuosistiche fioriture del violinista solista (Kroodsma, 2005, pagina 275).

Il libro di Kroodsma, da cui questa citazione è stata tratta, è pieno di spettrogrammi e del loro uso nell’analisi delle qualità musicali nel canto degli uccelli. C’è anche una descrizione più divertente a pagina

¹⁰⁹N.d.T. La musica occidentale inizia tuttavia con il continuo dei gesti e del canto gregoriano, poi divenuto discreto per ragioni notazionali.

274 delle sue ricerche: compositori che preferiscono portare avanti l'educazione musicale con i fringuelli di Java!

Sfortunatamente non c'è qui lo spazio per rendere giustizia alla musica di Messiaen. Vi è tuttavia nel libro di Rothenberg (2005) un'eccellente discussione, che utilizza sia spettrogrammi che partiture, sull'ispirazione creativa tratta dal canto degli uccelli per la sua musica. Il sito web per il libro di Rothenberg (2010) contiene anche alcuni esempi della musica di Messiaen e dei relativi canti degli uccelli. Una tecnica impiegata da Messiaen era quella di rallentare il tempo del canto degli uccelli per aumentarne la comprensibilità all'orecchio umano. Lo ha fatto basandosi sulle sue meticolose trascrizioni in partiture musicali di canti che ha ascoltato sul campo. Con le trasformate di Gabor, questo processo può essere eseguito in modo digitale con gli stessi canti registrati; discuteremo di come si possa realizzare nell'esempio 12. C'è sicuramente molto altro da esplorare nella musica di Messiaen adoperando gli spettrogrammi. Gli scalogrammi di percussione per l'analisi del ritmo (di cui parleremo più avanti) possono anch'essi venire impiegati, poiché Messiaen ha incorporato gli stili ritmici del canto degli uccelli nella sua musica (Rothenberg, 2005, pagina 198).

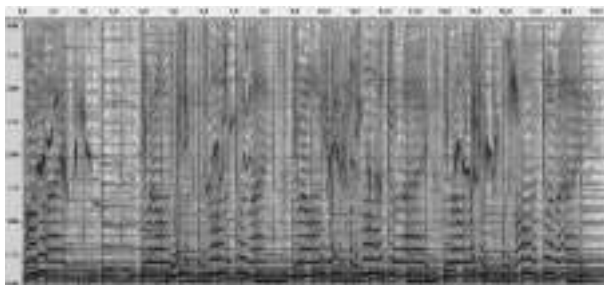


Fig. 154 Spettrogramma del duetto di Paul McCartney con un uccello canoro, tratto dalla registrazione "Blackbird" Beatles. Un video per questa figura si trova alla pagina (14), e un grafico più ampio in (Don, 2010).

Oltre a Messiaen, anche Stravinsky ha incluso riferimenti al canto degli uccelli in alcune sue composizioni. Nel suo lavoro classico di teoria musicale, Mache dedica un intero capitolo allo studio, tramite spettrogrammi, delle connessioni fra musica degli uccelli ed elementi della musica di Stravinsky (Mache, 1993, capitolo 5). Mache usa gli spettrogrammi come una sorta di *notazione musicale generalizzata*, che aggira il problema, molto impegnativo, della trascrizione del canto degli uccelli in notazione musicale standard. Mache presenta anche altre produzioni musicali realizzate dagli animali in questo stesso capitolo, che intitola “Zoomusicologia”.

Oltre al mondo della musica classica o dell’arte musicale, il canto degli uccelli è stato utilizzato anche nella musica pop. Un esempio lampante è quello dei Beatles, che hanno collegato i mondi della canzone popolare e della musica d’arte. Alla fine della loro registrazione del 1968 di “Blackbird” (The Beatles, 1968), Paul McCartney letteralmente intona un duetto con un tordo. In figura 154 mostriamo uno spettrogramma relativo a questa parte della registrazione. Il cinguettio del tordo si trova nella parte superiore del piano tempo-frequenza con rapidi cambiamenti di andamento del pitch, mentre le vocali di McCartney si trovano maggiormente nella parte inferiore (anche se i suoi ipertoni spesso si estendono nella regione in cui il tordo canta). In alcuni punti, ad esempio tra 10.0 e 10.5 secondi, la rapida articolazione di McCartney è abbastanza simile a quella del tordo, come possiamo vedere nelle strutture simili con una forte inclinazione — per McCartney, in particolare tra 250 e 1000 Hz, e per il tordo principalmente fra 1500 e 3000 Hz — laddove in altri posti vi è un contrasto fra la scala temporale più estesa del ritmo della vocalizzazione di McCartney e quella più breve del cinguettio del tordo.

Esempio 8. (Le nostre orecchie ci giocano brutti scherzi?). Le nostre orecchie, infatti, talora ci ingannano.

La più famosa illusione uditiva è dovuta a Shepard (1964). Shepard ha creato dei toni elettronici con pitch che sembrano salire all’infinito, anche se in realtà salgono soltanto all’interno di un’ot-

tava. I toni possono anche essere organizzati per creare l'illusione di una discesa senza fine. La pagina web (Flinn, 2010) presenta una bella dimostrazione dell'effetto Shepard. Per ascoltare esempi che mostrano che si sta effettivamente verificando un'illusione, si vada all'URL in (14) e si selezioni l'argomento "esempio 8: Illusioni uditive".

L'effetto Shepard è facilmente spiegabile usando gli spettrogrammi. La figura 155 parla praticamente da sé. L'illusione è dovuta al fatto che il nostro cervello segue il contorno melodico [pitch contour] delle fondamentali delle note e si aspetta che la prossima fondamentale sia esattamente di un'ottava più in alto rispetto al suono effettivo. Gli ipertoni dei toni elettronici sono tutti progettati in una serie di ottave — la fondamentale moltiplicata per due, quattro, otto, ecc. — per nascondere la discesa del pitch.

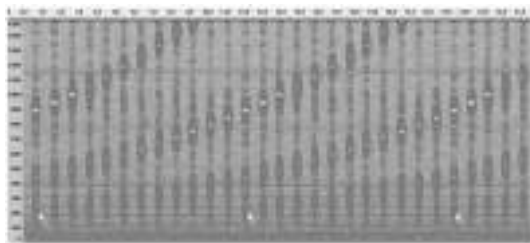


Fig. 155 Spettrogramma dell'effetto Shepard di una serie di note infinitamente ascendenti, che in realtà rimangono all'interno di un'ottava. Le frecce indicano dove si verifica l'illusione. Un video per questa figura si trova alla pagina (14), e un grafico più ampio in (Don, 2010).

L'illusione uditiva di Shepard è stata usata successivamente dai compositori di musica elettronica, e le composizioni più importanti sono state realizzate da Risset (Assayag e Feichtinger, 2002, capitolo 13). L'illusione di una sequenza infinitamente ascendente può essere usata per esprimere momenti di gioia infinita e trascendente, mentre l'illusione infinitamente discendente può essere usata per evocare l'emozione opposta.



Fig. 156 In alto: estratto dalla partitura del mottetto “Non vos relinquam orphanos” di William Byrd. In basso: spettrogramma di una registrazione del passaggio, con le sue strutture allineate con le vocali nella partitura in alto. Una serie crescente di ipertoni si trova all’interno del parallelogramma. Un video per questa figura si trova alla pagina (14), e un grafico più ampio in (Don, 2010).

La speciale disposizione delle sole spazature d’ottava negli ipertoni non si presta bene agli strumenti tradizionali. È naturale chiedersi, tuttavia, se i compositori in passato abbiano utilizzato illusioni come i toni di Shepard.¹¹⁰ Alcuni esempi di Bach sono stati proposti (Hofstadter, 1980, pagina 719). Un altro esempio è sottolineato da Hodges nel suo delizioso articolo su geometria e musica (Fauvel et al., 2003, capitolo 6). L’illusione compare nelle esecuzioni di un mottetto rinascimentale di William Byrd, “Non vos relinquam orphanos”. Per descrivere l’illusione, citiamo l’articolo di Hodges:

Gesù sta predicando la sua ascensione al cielo, *Vado*, ‘Io vado’.
Il momento passa rapidamente... Il motivo *Vado* sembra muoversi costantemente verso l’alto attraverso le voci, indicando il movimento di Gesù verso il cielo.
...In effetti, il movimento non è così costante come sembra; in due delle ripetizioni non c’è alcun movimento verso l’alto. ...l’orecchio è ingannato.

Nella figura 156, mostriamo la partitura e uno spettrogramma che illustrano gli ipertoni delle voci nelle quattro vocalizzazioni di *Vado* in una registrazione del 2003 del mottetto da parte dei Cambridge Singers (Byrd, 2003).

¹¹⁰N.d.T. L’effetto Shepard è stato recentemente utilizzato in una composizione di M. Mannone (2019), “Perfect Shapes in the Prehistoric Sea”, e in una composizione di un suo allievo, M. Seggio, ispirata alla forma geometrica della bottiglia di Klein.

Esiste chiaramente una somiglianza con la disposizione degli ipertoni alla Shepard. Come sottolinea Hodges, l'effetto è sottile. Indubbiamente è più evidente quando il mottetto si ascolta in un luogo con lunghi tempi di riverbero, che contribuiscono al processo di tracciamento della frequenza nel nostro cervello (come la Great Hall della University College School di Londra, dove questa registrazione è stata effettuata). Come parziale conferma di questa idea, amplificheremo gli ipertoni indicati nello spettrogramma del mottetto nell'esempio 10. Questo è un esempio di sintesi audio con trasformate di Gabor, di cui parleremo nella prossima sezione.

Sintesi. Dagli esempi musicali proposti si evince come gli spettrogrammi possano aiutare a comprendere il modo di far musica dei grandi artisti dello spettacolo, e come si possa utilizzare l'analisi di Gabor per creare nuova musica. La nostra discussione su questi esempi ha prodotto almeno queste cinque idee:

1. *Vibrato perfetto.* Possiamo usare gli spettrogrammi, registrati o in tempo reale, per analizzare e migliorare il vibrato. Questo vale per il vibrato nel canto e anche per il vibrato nella musica strumentale. Più in generale, questo si applica a miglioramenti di altre tecniche musicali, come ad esempio sostenere una nota [holding a constant tone].
2. *Riverbero a convoluzione.* Gli spettrogrammi possono essere utilizzati per confrontare i risultati, in modo quantitativo, delle registrazioni effettuate con diversi metodi di riverbero a convoluzione.
3. *Analisi della dissonanza.* L'effetto di battimento della dissonanza può essere quantificato facilmente con spettrogrammi o scalogrammi (come descriviamo nell'esempio 14). Ciò consente la valutazione degli sforzi creativi per impiegare la dissonanza nella musica.
4. *Visualizzazione delle trasformazioni geometriche sul piano tempo-frequenza.* Tali trasformazioni vengono regolarmente utilizzate

nelle composizioni musicali. Gli spettrogrammi forniscono uno strumento efficace per analizzare i pattern di tali trasformazioni su scale temporali più lunghe di quanto permetterebbe l'analisi della partitura. Tali analisi sono utili per comprendere la connessione fra questi schemi e la musica che essi riflettono.

5. *Zoomusicologia*. Gli spettrogrammi forniscono una notazione musicale generalizzata per comprendere la produzione di sonorità da parte di altre specie, come gli uccelli. Ciò può generare nuove idee per le variazioni di altezza e di ritmo (analizzate con il metodo dello scalogramma di percussione). Inoltre il rallentamento del ritmo del canto degli uccelli, di cui parleremo più avanti nell'esempio 12, è una tecnica importante (applicata per la prima volta da Messiaen). Tale rallentamento può essere eseguito automaticamente grazie alle trasformate di Gabor (senza noiose e complicate trascrizioni in notazione musicale standard sul campo).

Trasformate di Gabor discrete: sintesi del segnale

Il segnale $\{f(t_k)\}$ può essere ricostruito dalla sua trasformata di Gabor $\{C_{l,\nu}\}$. Descriveremo brevemente questa ricostruzione e mostreremo come si possa esprimere in termini di sintesi con un *frame duale*, un frame duale al frame di Gabor $\{G_{l,\nu}\}$. Proseguendo questa discussione, applicheremo il metodo della sintesi all'elaborazione audio e alla creazione di nuova musica elettronica.

Per prima cosa, faremo brevemente uno schizzo del processo di ricostruzione. La FFT in (6) è invertibile attraverso la formula:

$$a_m = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{\nu=-N/2}^{N/2-1} A_\nu e^{i2\pi m\nu/N}. \quad (16)$$

Applicando quindi tale FFT inversa alla trasformata di Gabor in (5) otteniamo un set di segnali discreti:

$$\{\{f(t_k)w(t_k - \tau_l)\}\}_{l=0}^M.$$

Per ogni l , moltiplichiamo in seguito il segnale l -esimo per $\{w(t_k - \tau_l)\}$ e sommiamo su l , ottenendo

$$\left\{ \sum_{l=0}^M f(t_k)w^2(t_k - \tau_l) \right\} = \left\{ f(t_k) \sum_{l=0}^M w^2(t_k - \tau_l) \right\}.$$

Moltiplicando il membro destro di quest'ultima equazione per i valori

$$\left[\sum_{l=0}^M w^2(t_k - \tau_l) \right]^{-1},$$

i quali per (10) non sono più grandi di A^{-1} , otteniamo i nostri valori originali del segnale $\{f(t_k)\}$.

Sintesi usando frames duali

Descriviamo adesso un modo in cui questa ricostruzione possa essere espressa attraverso un frame duale. Tecniche alternative sono descritte da Christensen (2006), Christensen e Sun (2008), Li e Healy Jr. (1996).

Applichiamo le FFT inverse ai valori di trasformata di Gabor $\{C_{l,\nu}\}$ in (9), moltiplichiamoli in seguito per $\{w([k - jl]\Delta t)\}$, e sommiamo su l per ottenere:

$$\sum_{l=0}^M \sum_{\nu=-N/2}^{N/2-1} C_{l,\nu} \frac{w([k - jl]\Delta t)}{\sqrt{N}} e^{i2\pi(k-jl)\nu/N}. \quad (17)$$

Dividiamo dunque per $\sum_{m=0}^M w^2([k - jm]\Delta t)$, ottenendo

$$\sum_{l=0}^M \sum_{\nu=-N/2}^{N/2-1} C_{l,\nu} \frac{w([k - jl]\Delta t) e^{i2\pi(k-jl)\nu/N}}{\sqrt{N} \sum_{m=0}^M w^2([k - jm]\Delta t)} = f(t_k)$$

Definiamo adesso il *frame duale di Gabor* $\{\Gamma_{l,\nu}\}$ come

$$\Gamma_{l,\nu}(k) = \frac{w[(k-jl)\Delta t]e^{i2\pi(k-jl)\nu/N}}{\sqrt{N} \sum_{m=0}^M w^2([k-jm]\Delta t)}. \quad (18)$$

Lasciamo come esercizio al lettore mostrare che $\{\Gamma_{l,\nu}\}$ è, infatti, un frame discreto. Utilizzando (18), otteniamo

$$f(t_k) \sum_{l=0}^M \sum_{\nu=-N/2}^{N/2-1} C_{l,\nu} \Gamma_{l,\nu}(k). \quad (19)$$

L'equazione (19) è la nostra sintesi di $\{f(t_k)\}$ utilizzando il frame duale $\{\Gamma_{l,\nu}\}$.

Notiamo che combinando la (19) con la (20) ed usando la disuguaglianza di Cauchy-Schwarz, otteniamo la disuguaglianza (12).

Osservazione 3. Vi è un alto grado di sovrapposizione delle finestre, dunque $\sqrt{N} \sum_{m=0}^M w^2([k-jm]\Delta t)$ è approssimativamente una costante C , e dunque abbiamo $\Gamma_{l,\nu}(k) \approx \mathbf{G}_{l,\nu}^*(k)/C$. Il frame duale di Gabor è dunque, modulo un fattore costante e una coniugazione complessa, approssimativamente lo stesso del frame di Gabor. In ogni caso la (19) mostra che possiamo ricostruire il segnale originale f come una combinazione lineare di vettori nel frame di Gabor duale, ciascuno dei quali è supportato da una singola finestra della forma $w([k-jl]\Delta t)$. Queste ultime due affermazioni rivelano perché abbiamo moltiplicato per le funzioni finestra prima di sommare in (17).

La sintesi nel lato destro della (19) si può esprimere indipendentemente dalla trasformata di Gabor. Useremo \mathcal{S} per denotare la *mapping di sintesi*

$$\{B_{l,\nu}\} \xrightarrow{\mathcal{S}} \left\{ \sigma(t_k) = \sum_{l=0}^M \sum_{\nu=-N/2}^{N/2-1} B_{l,\nu} \Gamma_{l,\nu}(k) \right\} \quad (20)$$

basato sul lato destro della (19), ma applicato adesso a una matrice arbitraria $\{B_{l,\nu}\}$.

Esempi musicali di sintesi di Gabor

Illustreremo adesso la sintesi di Gabor con esempi musicali. Vi sono due schemi basilari. Uno schema, che è utilizzato per creare nuova musica, consiste nell'utilizzare il mapping di sintesi \mathcal{S} in (20). La matrice di input $\{B_{l,\nu}\}$ è specificata dal compositore, e l'output $\{\sigma(t_k)\}$ è il nuovo audio elettronico. Vi sono software disponibili per sintetizzare musica in questo modo. Ne è un bellissimo esempio il programma MetaSynth.

Un altro schema, utilizzato per l'audio processing, può essere rappresentato come segue (dove P denota qualche passo del processo):

$$\{f(t_k)\} \xrightarrow{\mathcal{G}} \{C_{l,\nu}\} \xrightarrow{\text{P}} \{B_{l,\nu}\} \xrightarrow{\mathcal{S}} \{\sigma(t_k)\}. \quad (21)$$

Il risultato finale $\{\sigma(t_k)\}$ è l'audio processato.

Esempio 9. (Scambiando figura e sfondo). Secondo Dörfler (2001), si potrebbero utilizzare le trasformate di Gabor per selezionare un singolo strumento, ad esempio un corno, da un passaggio musicale. Illustreremo questa idea amplificando la struttura \mathbf{H} mostrata nello spettrogramma a sinistra della figura 157, proveniente da un passaggio della *Suite* dall'*Uccello di Fuoco* di Stravinsky, registrata nel 1964 dalla Boston Symphony Orchestra (Stravinsky, 1991). Il suono corrispondente a questa struttura è una debole sequenza ascendente di note dell'arpa.

Per amplificare soltanto questa porzione del suono, moltiplichiamo i valori della trasformata di Gabor per una maschera di valori quadraticamente crescenti da 3.7 a 4.1 all'interno di uno stretto parallelogramma contenente \mathbf{H} e avente valore 1 al di fuori del parallelogramma¹¹¹ (vedi figura 157 a destra) e quindi eseguiamo la mappatura di sintesi \mathcal{S} .

¹¹¹La formula precisa può essere trovata nella pagina web in (14).

Si noti che la struttura amplificata **A** si distingue maggiormente dallo sfondo del resto dello spettrogramma (che è inalterato). Ascoltando il file audio processato, sentiamo che le note dell'arpa sono enfatizzate rispetto all'originale, e il volume del resto del passaggio è inalterato. Abbiamo modificato il rapporto figura-sfondo della musica.

La modifica che abbiamo effettuato in questo esempio è un *filtro congiunto tempo-frequenza* della trasformata di Gabor. Con questo esempio, abbiamo toccato un importante campo di ricerca matematica noto come *moltiplicatori di Gabor*. Maggiori dettagli si trovano in (Balazs, 2005; Dörfler e Torrèsani, 1999; Feichtinger e Nowak, 2002; Schnass, 2004; Werther et al., 2009).

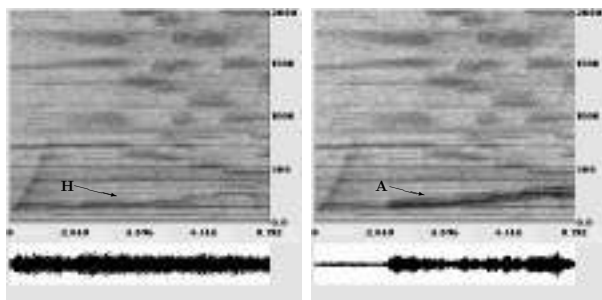


Fig. 157 A sinistra: spettrogramma di un frammento della Suite dall'*Uccello di fuoco*. La struttura da amplificare selettivamente è etichettata con **H**. A destra: spettrogramma con struttura amplificata etichettata con **A**. Un video per questa figura si trova alla pagina (14), e un grafico più ampio in (Don, 2010).

Esempio 10. (Amplificando l'illusione di Byrd). Un simile esempio di moltiplicatori di Gabor riguarda l'amplificazione di una porzione della trasformata di Gabor del passaggio derivato dal mottetto di William Byrd considerato nell'esempio 10. Amplifichiamo nuovamente una regione all'interno del parallelogramma della trasformata di Gabor (vedi figura 156). Questo produce lo spettrogramma mostrato nella figura 158. Dopo aver applicato la mappatura di sintesi

Se alla trasformata modificata, percepiamo l'illusione più chiaramente. Questo perché abbiamo selettivamente amplificato gli ipertoni della voce che il nostro udito sta “monitorando” quando sentiamo l'illusione.



Fig. 158 Amplificazione selettiva di una regione nello spettrogramma di un passaggio da un mottetto di William Byrd, cfr. figura 156. Un video per questa figura si trova alla pagina (14), e un grafico più ampio in (Don, 2010).

Esempio 11. (Rimozione del rumore dall'audio). Uno degli esempi più importanti di elaborazione audio con le trasformate di Gabor è la riduzione del rumore [denoising] dell'audio. Per ragioni di spazio, non possiamo rendere giustizia a questo vasto ambito. Basti pensare che un'eccellente descrizione della flessibilità del denoising della trasformata di Gabor, che combina i moltiplicatori di Gabor con sofisticati metodi bayesiani, è descritta nella tesi di Dörfler (2002, sezione 3.3). Un'introduzione elementare è fornita da Walker (2008, sezione 5.10). Un vantaggio delle trasformate di Gabor è che il supporto compatto delle finestre consente il *denoising in tempo reale*, incluso l'adattamento alle mutevoli caratteristiche del rumore.

Esempio 12. (Rallentamento del suono). Nell'esempio 7 abbiamo sollevato il problema di come rallentare il tempo nel canto degli uccelli. Questo potrebbe essere realizzato in due modi. Il primo modo consiste semplicemente nell'aumento dell'ampiezza dell'intervallo Δt fra valori di segnale successivi durante la riproduzione del suono. Ciò ha l'effetto, tuttavia, di ridurre le frequenze dei pitch nel suono. Ad

esempio, se Δt è raddoppiato, le frequenze di tutti i suoni vengono dimezzate e ciò riduce tutti i pitch di un'ottava. Il sito web (Rothenberg, 2010) contiene esempi di questo tipo di rallentamento del canto degli uccelli.

Un altro approccio per rallentare il canto degli uccelli, *lasciando inalterato il pitch*, consiste nel far uso della trasformata di Gabor $\{C_{l,\nu}\}$ del suono. Ad esempio, per ridurre il tempo del suono di un fattore 2, dovremmo prima definire una matrice $\{B_{l,\nu}\}$ come segue. Impostiamo $\{B_{2l,\nu} = C_{l,\nu}\}$ per ogni l , quindi interpoliamo tra i valori successivi $B_{2l,\nu}$, e $B_{2l+2,\nu}$ per definire ciascun valore $B_{2l+1,\nu}$. Applichiamo infine la mappatura di sintesi in (20) alla matrice $\{B_{l,\nu}\}$. Le finestre per questa sintesi sono tutti gli spostamenti della finestra originale w , centrati in punti distanziati dall'incremento originale Δt . Ora, tuttavia, le finestre vengono applicate due volte (in modo da estenderle due volte nel tempo). Questo metodo mantiene i pitch agli stessi livelli del suono originale, ma i suoni presentano adesso una doppia durata.

Il rallentamento di un fattore 2 è solo il metodo più semplice da descrivere. Quest'ultimo approccio può anche essere usato per rallentare (o accelerare) il tempo del segnale sonoro di altri fattori. Entrambi questi metodi possono anche essere applicati, separatamente o in combinazione, ad altri file audio digitali oltre al canto degli uccelli. Il programma MetaSynth,¹¹² ad esempio, consente questo tipo di morphing del suono digitale. È interessante notare che il morphing che abbiamo descritto — che tramite i frame di Gabor può essere eseguito in modo localizzato solo su parti del segnale — richiede l'estensione della metodologia delle trasformate di Gabor descritta nell'osservazione 2.

Esempio 13. (Sintesi granulata di nuova musica). Come menzionato sopra, i compositori possono utilizzare lo schema in (20) per creare nuova musica. Alcuni buoni esempi si trovano nel sito web del MetaSynth. Non possiamo tuttavia resistere alla tentazione di mo-

¹¹²<http://www.uisoftware.com/MetaSynth/>

strare due delle nostre composizioni, che sono soltanto motivi ancora da integrare in composizioni più estese.

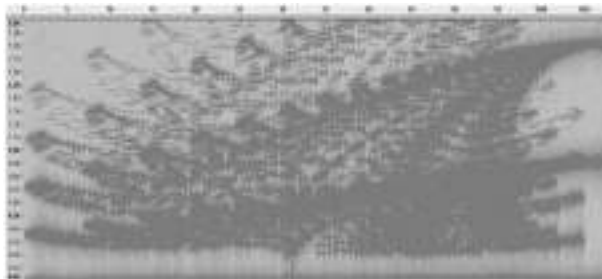


Fig. 159 Spettrogramma per la musica frattale “Fern” [Felce]. Un video per questa figura si trova alla pagina (14), e un grafico più ampio in (Don, 2010).

Nella figura 159 mostriamo lo spettrogramma di un brano musicale sintetizzato granularmente, “Fern” (Don, 2010). Il metodo usato per generare i granuli $\{B_{i,\nu}\}$ consisteva nell’utilizzo del sistema di funzioni iterate [iterated function system] (IFS) creato da Michael Barnsley per disegnare un’immagine frattale di una foglia di felce (Barnsley, 1993, pagine 86–87). Utilizzando le probabilità $p_1 = 0.01$, $p_2 = 0.85$, $p_3 = 0.07$ e $p_4 = 0.07$, una delle quattro trasformazioni affini corrispondenti,

$$\mathcal{A}_i \begin{bmatrix} t \\ \nu \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_i & b_i \\ c_i & d_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t \\ \nu \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_i \\ f_i \end{bmatrix}, \quad (i = 1, 2, 3, 4),$$

è applicata a una coppia di coordinate tempo-frequenza (a partire da una coppia *seme* [seed] iniziale di coordinate). Non elencheremo qui tutte e quattro le trasformazioni affini \mathcal{A}_i . Si possono trovare in (Barnsley, 1993, Tabella 3.8.3 a pagina 87). Sarà sufficiente presentarne soltanto una:

$$\mathcal{A}_3 \begin{bmatrix} t \\ \nu \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.2 & -0.26 \\ 0.23 & 0.22 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t \\ \nu \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0.07 \end{bmatrix},$$

che viene applicata con probabilità $p_3 = 0.07$. Si noti che \mathcal{A}_3 non è un membro del gruppo euclideo, poiché la matrice utilizzata non è ortogonale.

Questo IFS viene utilizzato per disegnare punti della felce che iniziano [con] le fondamentali delle note. È stato quindi utilizzato un generatore di spettro strumentale per produrre ipertoni e durate temporali per le note e per generare il file audio effettivo. Abbiamo iterato 2500 volte usando il Common Lisp Kernel di John Rahn per la sintesi musicale,¹¹³ che converte la forma frattale generata in un file di parametri di suono strumentale che determinano l'inizio, la durata e il pitch. Questo file di parametri di suono strumentale è stato quindi convertito in un file audio digitale utilizzando il software C-Sound.¹¹⁴

Una caratteristica interessante del tipo di musica mostrato in figura 159 è che le note contenute nel pezzo non presentano le classiche simmetrie delle note (trasposizioni, riflessioni, ecc.) che sono tutti membri del gruppo euclideo per il piano tempo-frequenza. Questo perché alcune delle trasformazioni affini di \mathcal{A}_i , come \mathcal{A}_3 , non sono membri del gruppo euclideo. Forse queste operazioni non euclidee sulle sue note sono un motivo della qualità misteriosa del suono risultante.

Come secondo esempio di sintesi granulare, abbiamo applicato l'IFS di Barnsley al triangolo di Sierpinski (Barnsley, 1993, Tabella 3.8.1 a pagina 86). Invece di generare solo i granuli per i suoni dal triangolo di Sierpinski, abbiamo tuttavia anche sovrapposto due spostamenti nel tempo di tutti questi granuli, producendo così tre triangoli di Sierpinski sovrapposti l'uno sull'altro in posizioni temporali diverse. Lo spettrogramma della composizione, "Sierpinski Round" (Don e Walker, 2010), è mostrato nella figura 160. Oltre ad avere un valore artistico visivo, è interessante da ascoltare. Sembra un coro spettrale, con un po' dell'effetto di illusione del tono ascendente di Shepard.

¹¹³<http://faculty.washington.edu/jrahn>

¹¹⁴<https://csound.com>

Abbiamo soltanto sfiorato la vasta arena della sintesi granulare, della musica frattale e della musica elettronica in generale. Ulteriori lavori sono descritti in (Assayag e Feichtinger, 2002; Fauvel et al., 2003) e nelle riviste *Perspectives of New Music*,¹¹⁵ *Journal of New Music Research*,¹¹⁶ *Computer Music Journal*.¹¹⁷

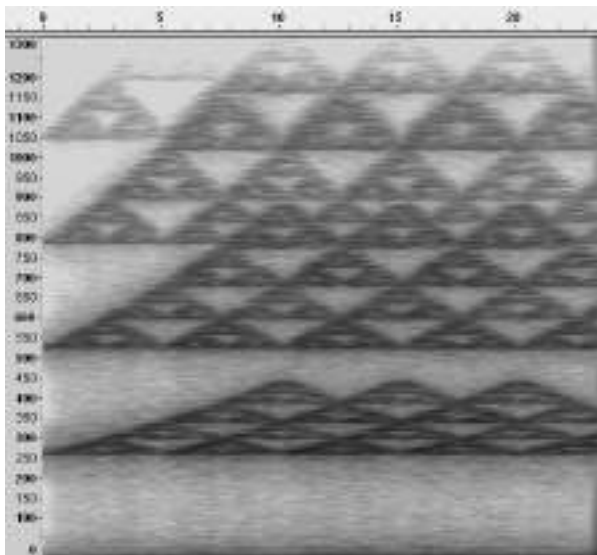


Fig. 160 Spettrogramma per la musica di sintesi granulare, “Sierpinski Round”. Un video per questa figura si trova alla pagina (14), e un grafico più ampio in (Don, 2010).

Sebbene la musica elettronica si stia sviluppando da circa mezzo secolo, forse è ancora agli inizi. La musica tonale, basata sull’armonia di una forma o di un’altra, è stata con noi per millenni. Nella sua magistrale storia critica della musica del XX secolo, Alex Ross (2007,

¹¹⁵<http://www.perspectivesofnewmusic.org>

¹¹⁶<https://www.tandfonline.com/loi/nmr20>

¹¹⁷<https://www.mitpressjournals.org/cmj>

parte III) offre una visione equilibrata e sfaccettata dello sviluppo di tutte le forme di nuova musica, compresa la musica elettronica.

Sintesi. Abbiamo descritto diversi usi della sintesi con trasformate di Gabor per creare nuova musica. Questi usi possono (1) modificare l'intensità di uno specifico strumento o insieme di ipertoni in un passaggio musicale, (2) eliminare il rumore, (3) rallentare (o accelerare) il suono, (4) [realizzare] la sintesi granulare. Sebbene questo scalfisca soltanto la superficie dell'impiego della sintesi con le trasformate di Gabor, abbiamo fornito ulteriori riferimenti in tutti i nostri esempi.

Trasformate wavelet continue

In questa sezione esaminiamo brevemente il metodo degli scalogrammi (trasformate wavelet continue)¹¹⁸ e discutiamo in seguito il metodo degli scalogrammi di percussione. Entrambi i metodi saranno illustrati con esempi musicali.

Scalogrammi

La teoria delle trasformate wavelet continue (CWT) è ben affermata (Daubechies, 1992; Chiu, 1997; Mallat, 1999). Una CWT differisce da uno spettrogramma perché non utilizza spostamenti di una finestra a larghezza fissata; essa utilizza invece spostamenti di una finestra che si dilata a dimensioni diverse. Queste dilatazioni inducono una divisione logaritmica dell'asse delle frequenze. Il calcolo discreto di una CWT che utilizziamo è descritto in dettaglio in (Alm e Walker, 2002, sezione 4). Ne mostreremo qui soltanto una breve panoramica.

¹¹⁸N.d.T. Gli scalogrammi sono rappresentazioni visive delle wavelet.

Data una funzione Ψ , chiamata *wavelet*, la trasformata wavelet continua $\mathcal{W}_\Psi[f]$ di un segnale sonoro f è definita come

$$\mathcal{W}_\Psi[f](\tau, s) = \frac{1}{\sqrt{s}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \overline{\Psi\left(\frac{t-\tau}{s}\right)} dt \quad (22)$$

per una *scala* $s > 0$ ed una *traslazione temporale* τ . Per la funzione Ψ nell'integrando di (22) la variabile s produce una dilatazione e la variabile τ produce una traslazione.

Omettiamo molti dettagli tecnici riguardanti i tipi di funzioni Ψ che sono soggetti a wavelet; vedi (Chiu, 1997; Daubechies, 1992; Mallat, 1999). In (Chiu, 1997; Daubechies e Maes, 1996), l'equazione (22) è derivata da una semplice analogia con la risposta strutturata logicamente della membrana basale del nostro orecchio a uno stimolo sonoro f .

Discretizziamo adesso l'equazione (22). Assumiamo dapprima che il segnale sonoro $f(t)$ sia non nullo soltanto nell'intervallo di tempo $[0, T]$. La (22) diventa dunque

$$\mathcal{W}_\Psi[f](\tau, s) = \frac{1}{\sqrt{s}} \int_0^T f(t) \overline{\Psi\left(\frac{t-\tau}{s}\right)} dt$$

Prendiamo adesso l'approssimazione con sommatoria di Riemann dell'ultimo integrale, utilizzando $t_m = m\Delta t$, con la spaziatura uniforme $\Delta t = T/N$, e discretizziamo la variabile temporale τ , utilizzando $\tau_k = k\Delta t$. Questo dà

$$\mathcal{W}_\Psi[f](\tau_k, s) \approx \frac{T}{N} \frac{1}{\sqrt{s}} \sum_{m=0}^{N-1} f(t_m) \overline{\Psi\left(\frac{[t_m - \tau_k]s^{-1}}{s}\right)}. \quad (23)$$

La sommatoria in (23) è una correlazione di due sequenze discrete. Date due sequenze discrete a N -punti $\{f_k\}$ e $\{\Psi_k\}$, la loro *correlazione* $\{(f : \Psi)_k\}$ è definita da

$$(f : \Psi)_k = \sum_{m=0}^{N-1} f_m \overline{\Psi_{m-k}}. \quad (24)$$

[Nota [dell'autore]: perché la somma in (24) abbia senso, la sequenza $\{\Psi_k\}$ dev'essere *periodicamente estesa* attraverso $\Psi_{-k} := \Psi_{N-k}$.]

Le Equazioni 23 e 24 mostrano dunque che la CWT, a ciascuna scala s , è approssimata da un multiplo di una correlazione discreta di $\{f_k = f(t_k)\}$ e $\{\Psi_k^s = s^{-1/2}\Psi(t_k s^{-1})\}$. Queste correlazioni discrete sono calcolate su un range di valori discreti di s , tipicamente

$$s = 2^{-r/J}, \quad r = 0, 1, 2, \dots, I \cdot J, \quad (25)$$

dove l'intero positivo I è chiamato numero di *ottave* e l'intero positivo J è chiamato numero di *voci* per ottava. Ad esempio, la scelta di 6 ottave e 12 voci, basata sulla relazione fra scale e frequenze descritta sotto, corrisponde alla scala temperata usata per i pianoforti.

Le CWT che usiamo sono basate sulle wavelet di Gabor.¹¹⁹ Una *wavelet di Gabor*, con parametro di larghezza ω e parametro di frequenza ν , è definita come segue:

$$\Psi(t) = \omega^{-1/2} e^{\pi(t/\omega)^2} e^{i2\pi\nu t/\omega}. \quad (26)$$

Notiamo adesso che l'esponenziale complesso $e^{i2\pi\nu t/\omega}$ ha frequenza ν/ω . Chiamiamo ν/ω la *frequenza di base*. Essa corrisponde alla scala più larga $s = 1$. Il fattore dalla forma a campana $\omega^{-1/2} e^{-\pi(t/\omega)^2}$ in (26) smorza le oscillazioni di Ψ , e dunque la loro ampiezza è significativa soltanto all'interno di una regione finita centrata su $t = 0$. Questo punto è discusso ulteriormente, con rappresentazioni grafiche, da Alm e Walker (2002) e Cheng et al. (2009). Poiché il parametro di scala s è utilizzato in modo reciproco nell'equazione (22), ne segue che la scala inversa $1/s$ controllerà la frequenza delle oscillazioni della funzione $s^{-1/2}\Psi(t/s)$ impiegata nell'equazione (22). La frequenza è perciò descritta in termini del parametro $1/s$, che l'equazione (25) mostra essere scalato in modo logaritmico. Questo punto è accuratamente descritto da Alm e Walker (2002) e Walker (2008,

¹¹⁹Una CWT con una wavelet di Gabor è strettamente correlata alla trasformata di Stockwell (Stockwell et al., 1996; Gibson et al., 2006; Du et al., 2007; Stockwell, 2007).

capitolo 6), dove gli scalogrammi di Gabor sono mostrati per fornire un metodo per ingrandire regioni selezionate dello spettrogramma. Ne forniremo qui soltanto un esempio.

Esempio 14. (Sottile dissonanza in “Gymnopédie I”). In fondo alla figura 161, mostriamo uno spettrogramma dell’inizio di un’esecuzione di Aldo Ciccolini del della “Gymnopédie I” di Erik Satie nel 1983 (Satie, 1987). C’è una sottile dissonanza di alcuni degli ipertoni delle note nel pezzo. Per vedere questa dissonanza abbiamo calcolato uno scalogramma di Gabor per i primi 5.944 secondi del passaggio, usando un’ottava e 256 voci, con un parametro di larghezza di 0.1 e un parametro di frequenza pari a 65. La frequenza di base è quindi 650 Hz e la frequenza massima è 1300 Hz. Questo scalogramma è mostrato nella figura 161 a sinistra.



Fig. 161 [A destra]: spettrogramma dell’inizio di “Gymnopédie I” di Erik Satie. [A sinistra]: uno zoom sui primi sei secondi per le frequenze tra 650 Hz e 1300 Hz. Vi sono battimenti in tre punti, contrassegnati come **a**, **b**, **c** sia nello scalogramma che nello spettrogramma. Un video per questa figura si trova alla pagina (14), e un grafico più ampio in (Don, 2010).

Lo scalogramma ha ingrandito abbastanza lo spettrogramma da rivelare diverse regioni in cui gli ipertoni sono così ravvicinati da produrre battimenti. Questo battito sottile è appena evidente alle nostre orecchie, contribuendo alla qualità inquietante dei suoni nel pezzo.

Oltre a Satie, altri compositori hanno usato sottili effetti di dissonanza negli ipertoni. Debussy era un maestro di tali tecniche, incluso l’uso di diversi tipi di scale per migliorare l’interazione degli ipertoni. La storia della musica di Ross (2007, pagine 43–49), contiene

una bella sinossi dell'uso degli ipertoni in Debussy, insieme alla scala pentatonica di molta musica orientale (musica cinese, vietnamita e gamelan giavanese). L'articolo (Don, 2001) esplora in profondità le strutture degli ipertoni in Debussy e valuta anche se l'interazione degli ipertoni possa essere migliorata tramite l'*intonazione giusta*.

Ciò che illustrano le figure 161 e 151 è che possiamo usare spettrogrammi e scalogrammi per produrre una *misura quantitativa* della quantità dei battimenti negli ipertoni. Ad esempio, le *frequenze di battimento* possono essere facilmente lette dallo spettrogramma in figura 151 e dallo scalogramma in figura 161. Inoltre, l'intensità degli ipertoni che "si scontrano" può essere misurata dai dati numerici che quei grafici mostrano. Si tratta di un argomento interessante per studi futuri: misurare questi effetti nella musica di Debussy, per esempio, e confrontare l'uso di sistemi alternativi di intonazione.

La teoria secondo cui il battimento negli ipertoni crei un suono dissonante nella musica ha avuto origine con von Helmholtz (1954), (Fauvel et al., 2003, capitolo 5). Il libro di Sethares (2005) è un riferimento importante che collega la teoria di Helmholtz a una grande varietà di scale diverse, compresa la scala pentatonica e la musica del gamelan giavanese.

Scalogrammi di percussione

Come descritto da Walker (2008, capitolo 6) e Cheng et al. (2009), gli scalogrammi possono essere usati insieme agli spettrogrammi per produrre rappresentazioni quantitative del ritmo musicale, chiamate scalogrammi di percussione. La teoria alla base degli scalogrammi di percussione è descritta in dettaglio da Cheng et al. (2009). Essa è correlata al lavoro di Smith (1996, 2000) e Smith e Honing (2008). Indicheremo qui solo il metodo. Consiste nei due seguenti passaggi:

Passo 1. Sia $\{|C_{l,\nu}|^2\}$ l'immagine dello spettrogramma. Calcoliamo

la media $\mu[|C|^2]$ su tutte le frequenze a ciascun indice temporale l :

$$\mu[|C|^2](l) = \frac{1}{N/2} \sum_{\nu=0}^{N/2-1} |C_{l,\nu}|^2, 5 \quad (27)$$

e denotiamo la media temporale di $\mu[|C|^2]$ con A :

$$A = \frac{1}{M+1} \sum_{l=0}^M \mu[|C|^2](l). \quad (28)$$

Allora il treno di pulsazioni $\{\mathcal{P}(\tau_l)\}$ è definito da

$$\mathcal{P}(\tau_l) = \mathbf{1}_{\{\tau_k: \mu[|C|^2](k) > A\}}(\tau)l, \quad (29)$$

dove $\mathbf{1}_S$ è la funzione indicatore per un set S ($\mathbf{1}_S(t) = 1$ quando $t \in S$ ed $\mathbf{1}_S(t) = 0$ quando $t \notin S$). I valori $\{\mathcal{P}(\tau_l)\}$ descrivono un treno di pulsazioni i cui intervalli a valori unitari marcano posizione e durata degli impulsi [strikes] successivi di percussioni.

Passo 2. Calcoliamo una CWT di Gabor del segnale del treno di pulsazioni $\{\mathcal{P}(\tau_l)\}$ dal Passo 1. Questa CWT di Gabor fornisce una rappresentazione obiettiva dei ritmi che variano all'interno di un'esecuzione con le percussioni.

Quando si implementa questo metodo, è qualche volta necessario processare lo spettrogramma limitando i suoi valori a certe bande di frequenza (intervalli di ν valori), impostando valori dello spettrogramma come nulli fuori da tali bande. Mostriamo adesso un esempio in cui questo porta a una precisa analisi della relazione fra melodia e ritmo. (Un secondo esempio è discusso da Cheng et al. (2009), esempio 6 a pagina 355).

Esempio 15. (Melodia e ritmo in “Unsquare Dance”). Nella registrazione del 1961 per quartetto di “Unsquare Dance” (Brubeck, 1961), vi è una meravigliosa esecuzione che coinvolge battito delle mani, note al pianoforte, note del basso, ogni elemento nell'inconosciuto tempo di 7/4. Nella figura 162 mostriamo la nostra analisi

di “Unsquare Dance”. Abbiamo usato tre diversi range di frequenza nello spettrogramma per isolare i diversi strumenti all’interno del passaggio. Il passaggio inizia con una transizione da rapidi colpi delle bacchette del percussionista a battiti di mani quando entra il pianoforte. Il ritmo degli applausi delle mani più le note di pianoforte presenta tempo $7/4$. Si noti che le note del basso suonano con una semplice ripetizione di 4 battiti, che aiuta gli altri musicisti a suonare in questa insolita indicazione metrica. In conclusione, l’analisi mostrata nella figura 162 fornisce prove quantitative della “tensione” [tightness] (coerenza ritmica) con cui questi musicisti si esibiscono.

Sintesi. Abbiamo fornito un paio di esempi relativi all’uso di scalogrammi e scalogrammi di percussione nell’analisi quantitativa dell’esecuzione musicale dell’opera di Satie e Brubeck. Questi esempi mostrano il valore di queste tecniche per analizzare l’intonazione, il ritmo e la struttura degli ipertoni. Abbiamo indicato una direzione di ricerca futura sulla musica di Debussy, che speriamo possa produrre tecniche applicabili alla composizione in generale.

Quantificando la complessità ritmica

L’articolo di Cheng et al. (2009) ha introdotto sequenze di lunghezze di riposo tra le note (colpi di percussione), vedi figura 163. Questo è stato fatto perché le pause tra le note sono importanti almeno quanto le note stesse. Come ha affermato il pianista classico Artur Schnabel: “Le note che gestisco non sono migliori di molti pianisti. Ma le pause tra le note — ah, è lì che risiede l’arte”.¹²⁰

Tenteremo ora di quantificare la complessità di una sequenza di pause, usando idee della teoria dell’informazione, come l’*entropia*. Idee dalla teoria dell’informazione sono stata ampiamente applicate all’analisi musicale. Un importante punto di riferimento in questo

¹²⁰Per ascoltare l’interpretazione di Artur Schnabel, andate all’URL in (14) e cliccate sul link *Artur Schnabel: Sonata Al chiaro di luna di Beethoven*.

campo è il libro di Meyer (1967), che, pur non fornendo formule esplicite e metodi quantitativi, ha tuttavia gettato le basi per i lavori futuri. Il campo è ora vasto. Un posto dove cercare altro materiale è la bibliografia online di Downie (2010), che, oltre a coprire l'importante applicazione pratica dell'uso della teoria dell'informazione per recuperare opere musicali dai database, include anche molti articoli sul tema generale della teoria dell'informazione della musica. Se vi è qualcosa di nuovo nel nostro approccio, si tratterebbe dell'uso di scalogrammi di percussione derivati da spettrogrammi di musica registrata durante esecuzioni estemporanee o improvvisate (al contrario dell'analisi delle partiture). In ogni caso, abbiamo ritenuto che questo lavoro fosse sufficientemente interessante da includerlo qui, anche se è solo una breve introduzione alle relazioni fra teoria dell'informazione e musica.

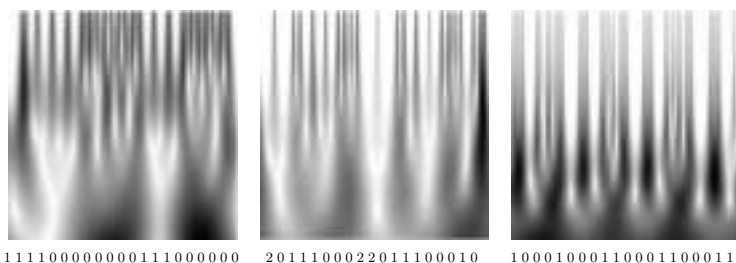


Fig. 163 Scalogrammi relativi alla percussione. A sinistra: da “Dance Around”. Al centro: da “Welela”. A destra: da “Taxman” (solo note per basso). Sotto ogni scalogramma è riportata la sequenza di pause per la sequenza ritmica.

Rivediamo innanzitutto la nozione base di entropia dalla teoria dell'informazione (Ash, 1990; Cover e Thomas, 1991). Supponiamo di avere una fonte stocastica che emetta sequenze di simboli da un insieme finito $S = \{a_0, a_1, \dots, a_n\}$ e p_k è la probabilità che il simbolo a_k sia emesso. L'entropia E della sorgente viene quindi misurata in *bit* dalla formula

$$E = \sum_{k=0}^n p_k \log_2 \left(\frac{1}{p_k} \right). \quad (30)$$

L'entropia E fornisce il limite inferiore più grande per il numero medio di bit per simbolo che *qualsiasi* metodo di codifica unicamente decifrabile potrebbe ottenere nella codifica dei simboli dalla sorgente. In pratica, una sequenza finita di simboli avrebbe necessità di essere codificata. Per la legge dei grandi numeri, le *frequenze relative* di occorrenza dei simboli $\{a_k\}$ convergeranno alle rispettive probabilità, perciò le frequenze relative possono essere usate al posto delle probabilità teoriche $\{p_k\}$.

Interpreteremo un valore di entropia come indicante la grandezza della *complessità* di una sequenza finita. L'idea è: maggiore l'entropia, maggiormente complessa è la sequenza; dunque più bit sono richiesti per codificarla. Utilizzare il termine *complessità*, piuttosto che *informazione*, ci consente di evitare qualsiasi connotazione di *significato* per la nostra sequenza di pause. Tali connotazioni di *significato* sono comunque generalmente irrilevanti in teoria dell'informazione — qualcosa di più complesso non ha nulla a che fare con il fatto che sia più o meno significativo.

Illustreremo adesso queste idee con uno specifico esempio di una sequenza di pause, la sequenza di pause dal passaggio “Dance Around” mostrato in figura 163. La sequenza è

$$111100000000111000000. \quad (31)$$

Per questa sequenza otteniamo frequenze relative di $p_0 = 12/14$ e $p_1 = 2/14$ per i simboli delle pause 0 ed 1, rispettivamente. L'entropia è dunque $E = 0.92$. Lasciamo al lettore per esercizio la verifica che, per la sequenza di pause dal passaggio di “Welela” mostrato in figura 163, l'entropia sia $E = 1.46$. Questi risultati sembrano confermare la nostra impressione che la sequenza “Welela” sia ritmicamente più complessa della sequenza “Dance Around”.

Tuttavia, vi è molto di più. Nella tabella 2 mostriamo i nostri calcoli dell'entropia E per 10 diversi passaggi ritmici di diversi generi musicali. Mentre le entrate per E sembrano essere consistenti con il fatto che le percussioni africane siano in genere viste come più complesse ritmicamente rispetto alle percussioni del rock, notiamo

che il valore di E per “Dance Around” sia abbastanza alto. Esso è, per esempio, essenzialmente lo stesso della sequenza “Taxman”. Ma la sequenza “Taxman” è

$$10001000110001100011, \quad (32)$$

la quale sembra più complicata della sequenza “Dance Around” mostrata in (31). L'utilizzo dell'entropia E fornirebbe inoltre gli stessi valori di $E = 1$ per le seguenti due sequenze:

$$0000000011111111 \quad (33)$$

$$0011100010001111 \quad (34)$$

Appare però chiaro che la seconda sequenza è più ritmicamente complessa della prima.

Per risolvere questo problema introduciamo una seconda nozione di entropia. L'entropia E si basa su un tipo di modellizzazione di una fonte stocastica: il modello di sorgente *senza memoria* o Markov-0 (Cover e Thomas, 1991; Bell et al., 1990). Consideriamo ora un altro modello, il modello sorgente Markov-1. Nel modello Markov-1, assumiamo che le probabilità di emettere un dato simbolo dipenderanno da quale era il precedente simbolo emesso. Queste probabilità saranno le *probabilità di transizione* fra *stati*, dove uno stato è il valore di un simbolo. L'entropia di Markov-1, che denoteremo con C , viene quindi calcolata da un valore atteso su tutti gli stati delle entropie per queste probabilità di transizione. Invece di dare una formula precisa, questo è probabilmente più semplice per fornire soltanto un esempio.

Si consideri la sequenza (33). Per eseguire il nostro calcolo, dobbiamo assumere uno stato iniziale. Poiché 0 è il valore di pausa più comune nel ritmo, assumeremo sempre che lo stato iniziale sia 0 (ciò comporta l'aggiunta di un simbolo fittizio 0 all'inizio della sequenza). Otteniamo quindi probabilità $p_0 = 9/16$ e $p_1 = 7/16$ di trovarsi, rispettivamente, nello stato 0 e nello stato 1 *prima di emettere un altro simbolo*. Le probabilità di transizione sono:

State 0 ($p_0 = 9/16$)	State 1 ($p_1 = 7/16$)
0 → 0 : 8/9	1 → 0 : 0/7
0 → 1 : 1/9	1 → 1 : 7/7

e dunque calcoliamo l'entropia C di Markov-1 con

$$C = p_0 E_0 + p_1 E_1,$$

dove E_0 ed E_1 sono calcolate dalle probabilità di transizione per lo stato 0 e lo stato 1, rispettivamente. Questo ci dà $C = (9/16)(.503258) + (7/16)(\log_2 1) = 0.28$, laddove per la sequenza (34) otteniamo $C = 0.89$. Questi valori di entropia Markov-1 sono più consistenti con l'apparente complessità delle due sequenze.

Title*	Genre	E	C
Wipe Out	<i>Rock</i>	0.57	0.54
Dance Around	<i>Rock</i>	0.92	0.68
Toad	<i>Rock</i>	0.90	0.81
What'd I Say	<i>R&B</i>	1.22	0.97
Taxman	<i>Rock</i>	0.99	0.98
African Drumming 1	<i>African</i>	1.24	1.13
African Drumming 2	<i>African</i>	1.42	1.14
Welela	<i>African</i>	1.46	1.23
African Drumming 3	<i>African</i>	1.46	1.44
Sing, Sing, Sing	<i>Jazz</i>	1.52	1.47

Tab. 2 I file audio e la discografia per queste sequenze si trovano all'URL in (14).

Nella tabella 2 mostriamo i nostri calcoli per l'entropia Markov-1 C per dieci diversi passaggi ritmici. Le sequenze di percussioni africane sono misurate come le più complesse. Questo include la

sequenza jazz da “Sing, Sing, Sing”, che imita i ritmi africani, ed è una delle sequenze ritmiche [drum sequences] più famose nella storia del jazz, forse per la sua complessità. Le sequenze di percussioni rock sono meno complesse utilizzando questa misura.

Ovviamente abbiamo lavorato soltanto con un piccolo esempio di musica. Intendiamo continuare a raccogliere più dati, ma troviamo i risultati di interesse e speriamo che la nostra discussione stimoli ulteriori lavori da parte di altri. Lavorare su altre misure di complessità, come l'entropia contestuale, è un altro ambito di ricerca. Per *entropia contestuale* indichiamo il calcolo dell'entropia basato su una descrizione non markoviana della sorgente. I simboli saranno prodotti con probabilità che dipendono dal *contesto* in cui si trova il simbolo. Un insieme di contesti sarebbero i livelli gerarchici del ritmo. Come discusso in (Cheng et al., 2009), vi è una più completa notazione per le sequenze ritmiche che includono il raggruppamento di note all'interno di gerarchie. Il livello di gerarchia a cui appartiene un simbolo potrebbe quindi essere utilizzato come contesto per quel simbolo. Questa idea ha il vantaggio di poter incorporare il fatto che la *produzione* di sequenze ritmiche non sia un processo di Markov.¹²¹ Abbiamo effettuato un paio di calcoli preliminari con le gerarchie ritmiche di “Dance Around” e “Welela”, riportate in (Cheng et al., 2009, esempi 1 e 2). Abbiamo scoperto che questa nuova misura di complessità, basata su singole frequenze (senza memoria) delle lunghezze delle note e su raggruppamenti contestuali (gerarchici), mostra una complessità di 1.12 per la sequenza di “Dance Around” e 1.58 per la sequenza di “Welela”. Le due sequenze sono ora più vicine nel valore della complessità, e questo potrebbe riflettere la

¹²¹Il motivo è simile a quello che Chomsky descrive per la struttura delle frasi nel linguaggio (Chomsky, 2002, pagina 22): “in inglese, possiamo trovare una sequenza $a + S_1 + b$, dove c è una dipendenza fra a e b , e possiamo selezionare come S_1 un'altra sequenza contenente $c + S_2 + d$, dove c è dipendenza fra c e d , quindi selezionare come S_2 un'altra sequenza di questa forma, ecc.”. Il parallelo tra frasi in inglese e frasi musicali (con S_1, S_2, \dots come ponti) è ovvio. [N.d.T. La quantità di memoria all'interno di strutture musicali può essere misurata con l'ausilio di criteri per la quantificazione del grado di non-Markovianità di un sistema, vedi (Mannone e Compagno, 2014).]

possibilità che questa nuova misura possa tenere conto di alcune delle variazioni di velocità nel drumming di “Dance Around”, come discusso nella didascalia della figura 5 in (Cheng et al., 2009). Citiamo questi risultati solo per suscitare l’interesse del lettore. Se le nostre speculazioni sono confermate, descriveremo i nostri risultati in modo più dettagliato in un articolo successivo.

Sintesi. Abbiamo descritto alcune misure di complessità per il ritmo musicale ed eseguito uno studio iniziale del loro valore nel quantificare la complessità in diversi stili ritmici. Continueremo a lavorare sulla relazione fra misure entropiche di complessità e ritmo musicale, poiché si tratta di un lavoro che è appena iniziato.

Considerazioni conclusive

Abbiamo introdotto alcuni aspetti interessanti delle relazioni tra matematica e musica. I metodi delle trasformate di Gabor e le trasformate wavelet continue hanno dimostrato di fornire una vasta gamma di metodi quantitativi per l’analisi della musica e la creazione di nuova musica. I lettori che desiderano saperne di più possono trovare ampie risorse nei riferimenti bibliografici.

Ringraziamenti

Questa ricerca è stata parzialmente supportata dalla sovvenzione nazionale della Fondazione scientifica 144-2974/92974 (programma SUREPAM del sito REU) e da una sovvenzione dell’UW-Eau Claire Office of Research e programmi sponsorizzati. Ringraziamo William Sethares per la sua convincente revisione di una precedente bozza di questo articolo. Ringraziamo anche Marie Taris per la sua attenta guida editoriale durante la preparazione di questo articolo. J. S. W., in particolare, desidera ringraziare Steven Krantz per tutto l’incoraggiamento e l’aiuto che gli ha dato nel perseguire lo studio interdisciplinare di matematica e musica.

Postfazione

GIOVANNI ALBINI

Al termine della lettura di questa raccolta e ancor prima di iniziare a ragionare sui contenuti della mia postfazione, forse inebriato dall'argomento in cui mi ero immerso, ho iniziato a fantasticare su una qualche possibile simmetrica disposizione in fase di stampa dei contenuti e delle pagine che avevo letto. Ho quindi immaginato una scelta editoriale tanto bizzarra quanto ampiamente giustificata dalla materia trattata che riproponesse la pagina iniziale al termine di questo libro, come in un gioco di strutturazione palindroma della pubblicazione. Mi sono allora chiesto quali asimmetrie si sarebbero potute concedere a tale pagina, così da offrire significato ad una scelta che sarebbe stata altrimenti dettata soltanto dalla soddisfazione del rigore del vincolo formale. Ebbene, credo che una sola differenza sarebbe ammissibile, se non addirittura obbligata: tutti i termini del titolo e del sottotitolo sarebbero da porre al plurale. Se infatti *musica* e *simmetria* sono gli argomenti che inquadrano i nove testi di questo libro e che quindi necessariamente troneggiano in copertina, quello che emerge dopo la lettura della preziosa raccolta antologica curata da Federico Favali e Maria Mannone è l'affascinante complessità di molteplici *musiche* e *simmetrie*, presentata attraverso differenti approcci di saggi fra molteplici *matematiche* e *musiche*. Molteplici e differenti sono infatti le esperienze, le problematiche presentate e i

contesti in cui nascono le domande a cui si cerca di dar risposta, che spaziano dagli ambiti della pratica compositiva a quelli della ricerca teorica, dall'estetica musicale alla musicologia, così come molteplici e differenti sono le metodologie e gli esiti. L'eccezionalità di questo lavoro credo che si debba riconoscere quindi nella capacità dei curatori di tenere insieme le differenze del molteplice, regalando al lettore un'ampia selezione di spunti che ci si augura possa accendere interessi (e anche qui il plurale non è certo casuale) per ambiti interdisciplinari solo apparentemente ristretti e specializzati e contribuire ad approfondimenti e ulteriori sviluppi.

Mi sono poi chiesto se i nove testi che avevo letto fossero accumulati da qualcosa che andasse oltre la tematica di impianto delle relazioni tra simmetria e musica, se in qualche modo tali relazioni avessero delle ragioni profonde che non fossero emerse nei saggi che avevo letto ma che necessitassero, almeno in chiusura, di essere esplicitate, tentando di ricondurre il fascino del molteplice di cui ho appena scritto ad una possibile origine comune. La risposta che mi sono dato – e che ora propongo – rimanda ad alcune considerazioni nel contesto dell'organologia, la disciplina che studia le caratteristiche e la storia degli strumenti musicali. È infatti del tutto evidente che quasi tutti gli strumenti musicali della tradizione occidentale siano in grado di riprodurre altezze riconoscibili (e misurabili oggettivamente) e che abbiano uno spettro in massima parte riconducibile ad una distribuzione delle frequenze coinvolte fissata in multipli interi di una frequenza percepita come fondamentale: quelli che correntemente si definiscono *armonici naturali* e che hanno avuto un ruolo sostanziale nella definizione e nell'evoluzione dei nostri sistemi musicali. Le condizioni fisiche che consentono tale distribuzione sono però, almeno nell'accezione più ampia, tutt'altro che naturali e rispondono a forme dal punto di vista matematico estremamente semplici e regolari: *simmetriche*. L'uniformità cilindrica della corda tesa o di una particolare tipologia di tubo sonoro non sono comuni in natura, ma sono forme del pensiero umano, che, in quanto di facile comprensione, rappresentazione e comunicazione, permettono di stabilizzarsi di una convenzione costruttiva e la sua diffusione. E per

fortunata coincidenza conducono ad una distribuzione di armoniche simile a quella caratteristica del canto umano. Ecco allora, concludendo, che la simmetria dei sistemi musicali, delle teorie e delle opere discusse in questa antologia sembra ricondurre inevitabilmente alla natura umana, alla simmetria di forme perfette del suo pensiero e alle simmetrie implicite del suo strumento naturale di espressione, la voce. Il molteplice si riconduce allora infine all'unico punto fermo di ogni discorso: l'uomo. Poiché, come recita un celebre frammento di Protagora di Abdera, «πάντων χρημάτων μέτρον ἐστὶν ἄνθρωπος, τῶν μὲν ὄντων ὡς ἔστιν, τῶν δὲ οὐκ ὄντων ὡς οὐκ ἔστιν», «Di tutte le cose è misura l'uomo, di quelle che sono, in quanto sono, di quelle che non sono, in quanto non sono».

Bibliografia

- Abraham, Nicolas (1972). Le temps, le rythme et l'inconscient. *Revue Française de psychanalyse, La créativité* 36(4), 557–583.
- Adams, John (2008). *Hallelujah Junction: Composing an American Life*. New York: Farrar, Straus and Giroux.
- Agazzi, Evandro (1969-1970). *Simmetrie*. Atti del Simposio di Milano, Accademia Nazionale dei Lincei. Bologna: Il mulino.
- Agazzi, Evandro (1973). *La simmetria*. Bologna: Il mulino.
- Agliolo Gallitto, Aurelio, Chinnici, Ileana e Bartolone, Fulvia (2017). Collezione Storica degli Strumenti di Fisica: Catalogo degli strumenti di Acustica. https://fisicaechimica.unipa.it/musei/fisica/ebook_acustica/Catalogo_degli_strumenti_di_Acustica.pdf.
- Allen, Jont B. e Rabiner, Lawrence R. (1977). A unified approach to short-time Fourier analysis and synthesis. *Proceedings IEEE* 65(11), 1558–1564.
- Alm, Jeremy F. e Walker, James S. (2002). Time-Frequency Analysis of Musical Instruments. *SIAM Review* 3(44), 457–476.
- Altschuler, Eric e Phillips, Anthony (2015). The sound of topology: two-dimensional manifolds in Bach. *The Musical Times* (156), 57–64.
- Amiot, Emmanuel (2017). Strange Symmetries. In O. Agustín-Aquino, E. Lluis-Puebla, e M. Montiel (Ed.), *Mathematics and Computation in Music. MCM 2017*, Lecture Notes in Computer Science 10527, Cham, pp. 135–150. Springer.
- Antokoletz, Elliott (1977). Principles of Pitch Organization in Bartók's Fourth String Quartet. *In Theory Only* 3/6, 3–22.
- Antokoletz, Elliott (1984). *The Music of Bela Bartók: A Study of Tonality and Progression in Twentieth-Century Music*. Berkeley: University of California Press.
- Ash, Robert B. (1990). *Information Theory*. New York: Dover.

Bibliografia

- Ashton, Anthony (2005). *Armonograph: a Visual Guide to the Mathematics of Music*. Shanghai: Wooden Books.
- Assayag, Gérard e Feichtinger, Hans G. (Ed.) (2002). *Mathematics and Music: A Diderot Mathematical Forum*. New York: Springer.
- Babbitt, Milton (1949). The String Quartets of Bartók. *In Theory Only* 3/6 35, 377–385.
- Bach, Johann Sebastian (1992). *The Art of the Fugue and a Musical Offering*. Toronto: Dover.
- Balazs, Peter (2005). *Regular and Irregular Gabor Multiplier with Application to Psychoacoustic Masking*. Ph.D. thesis, University of Vienna.
- Barkechli, Mehdi M. (1959). L'évolution de la gamme dans la musique orientale. *Acoustique Musicale, CNRS*, 39–46.
- Barnsley, Michael (1993). *Fractals Everywhere, Second Edition*. Cambridge, MA: Academic Press.
- Bartók, Béla (1976). *The Problem of the New Music*. London: Faber and Faber.
- Beauchamp, James W. (Ed.) (2007). *Analysis, Synthesis, and Perception of Musical Sounds: The Sound of Music*. Springer.
- Bell, Timothy C., Cleary, John G. e Witten, Ian H. (1990). *Text Compression*. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall.
- Benson, Dave (2006). *Music: A Mathematical Offering*. Cambridge University Press.
- Bernstein, Leonard (1970). *Young People's Concerts*. New York: Simon and Schuster.
- Bernstein, Leonard (2004). *The Joy of Music*. Pompton Plains, New Jersey: Amadeus Press.
- Birkhoff, Garrett (1937). Galois and Group Theory. *Osiris* 3, 260–268.
- Blume, Joachim (1972). *Komposition nach der Stilwende*. Wolfenbüttel und Zürich: Mössler Verlag.
- Boas, Mary L. (1960). *Mathematical Methods in the Physical Sciences*. New York: John Wiley and Sons.
- Boulez, Pierre (1963). *Boulez on Music Today*. Paris: Faber and Faber (Originally published as: Musikdenken Heutel by B. Schott's Söhne, Mainz 1963, and Penser la Musique Aujourd'hui). Traduzione 1971.
- Boulez, Pierre (1972). *Werkstatt-Texte (Translated by Josef Häusler)*. Frankfurt/M-Berlin: Propyläen Verlage Ullstein GmbH.
- Brading, Katherine, Castellani, Elena e Teh, Nicholas (2017). Symmetry and Symmetry Breaking. In E. N. Zalta (Ed.), *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*. Stanford University: Metaphysics Research Lab. <https://plato.stanford.edu/entries/symmetry-breaking/>.
- Bukofzer, Manfred F. (1950). *Studies In Medieval and Renaissance Music*. London: J. M. Dent and Sons Ltd.

- Caldwell, John (1978). *Medieval Music*. London: Hutchinson.
- Callender, Clifton, Quinn, Ian e Tymoczko, Dmitri (2008). Generalized voice leading spaces. *Science* 320, 436–348.
- Casazza, Peter G. (2000). The Art of Frame Theory. *Taiwanese Journal of Mathematics* 4(2), 129–201.
- Castellengo, Michèle (2015). *Écoute Musicale et Acoustique*. Paris: Eyrolles.
- Chavey, Darrah P. (2018). Symmetries in the Woven Tunics of Oaxaca, Mexico. In *Abstracts of Papers Presented to the American Mathematical Society, Joint Mathematics Meetings in San Diego, January 10-13*, San Diego.
- Cheng, Xiaowen, Hart, Jarod V. e Walker, James S. (2009). Time-Frequency Analysis of Musical Rhythm. *Notices of the American Mathematical Society* 56(3), 344–360.
- Chew, Elaine (2008). Math and Music—The Perfect Match. *OR/MS Today* (35), 26–31.
- Chiu, Charles K. (1997). *Wavelets: A Mathematical Tool for Signal Analysis*. Philadelphia, PA: SIAM.
- Chladni, Ernst Florens Friedrich (1787). *Entdeckungen über die Theorie des Klanges*. Leipzig: Weidmanns Erben und Reich.
- Chomsky, Noam (2002). *Syntactic Structures*. New York: Mouton de Gruyter.
- Chowdry, Anita (2018). Harmonograph Resources. <http://www.anitachowdry.com/harmonograph-resources>.
- Christensen, Ole (2003). *An Introduction to Frames and Riesz Bases*. Boston: Birkhäuser.
- Christensen, Ole (2006). Pairs of dual Gabor frame generators with compact support and desired frequency localization. *Applied and Computational Harmonic Analysis* 20(3), 403–410.
- Christensen, Ole e Sun, Wenchang (2008). Explicitly given pairs of dual frames with compactly supported generators and applications to irregular B-splines. *Journal of Approximation Theory* 151(2), 155–163.
- Cipollina, Federica (2019). Gruppi Diedrali e Simmetrie Tonalì: un Dialogo fra Matematica e Musica (relatori: Giuseppe Metere e Maria Mannone). Bachelor's thesis, University of Palermo, Italy.
- Cogan, Robert (1984). *New Images of Musical Sound*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Conway, John H., Burgiel, Heidi e Goodman-Strauss, Chaim (2008). *The Symmetry of Things*. Boca Raton, Florida: A K Peters.
- Cover, Thomas M. e Thomas, Joy A. (1991). *Elements of Information Theory*. New York: Wiley.
- Crans, Alissa S., Fiore, Thomas M. e Satyendra, Ramon (2009). Musical Actions of Dihedral Groups. *American Mathematical Monthly* 116(9), 479–495.
- Daubechies, Ingrid (1992). *Ten Lectures on Wavelets*. Philadelphia: SIAM.

Bibliografia

- Daubechies, Ingrid, Grossman, Alexandre e Meyer, Yves (1986). Painless nonorthogonal expansions. *Journal of Mathematical Physics* 27(5), 1271–1283.
- Daubechies, Ingrid e Maes, Stéphane (1996). *A nonlinear squeezing of the continuous wavelet transform based on auditory nerve models*, in *Wavelets in Medicine and Biology*. Boca Raton, Florida: CRC Press.
- David, Johann Nepomuk (1957). *Die Zweistimmigen Inventionen von J. S. Bach*. Göttingen: Vandenhoeck.
- David, Johann Nepomuk (1959). *Die Dreistimmigen Inventionen von J. S. Bach*. Göttingen: Vandenhoeck.
- Deleuze, Gilles (1968). *Différence et répétition*. Paris: Presse Universitaires de France.
- Deppert, Heinrich (1972). *Studien zur Kompositionstechnik im Instrumentalen Spatwerk Anton Weberns*. Darmstadt: Edition Tonos.
- Don, Gary W. (2001). Brilliant colors provocatively mixed: Overtone structures in the music of Debussy. *Music Theory Spectrum* 23(1), 61–73.
- Don, Gary W. (2010). Online version of figures. <https://www.ams.org/journals/notices/201001/10010030/walker-figures.pdf>.
- Donnini, Roberto (1981). Artistic graphic musical scores influenced by the Tantric Art. *Leonardo, Pergamon Press* 14(2), 122–124.
- Dörfler, Monika (2001). Time-frequency analysis for music signals—A mathematical approach. *Journal of New Music Research* 30(1), 3–12.
- Dörfler, Monika (2002). *Gabor Analysis for a Class of Signals Called Music*. Ph.D. thesis, University of Vienna.
- Dörfler, Monika e Feichtinger, Hans G. (1999). Quantitative Description of Expression in Performance of Music, Using Gabor Representations. In H. G. Feichtinger e M. Dörfler (Ed.), *Proceedings of the Diderot Forum on Mathematics and Music*, Vienna. Österreichische Computer Gesellschaft.
- Dörfler, Monika e Feichtinger, Hans G. (2004). Quilted Gabor families I: Reduced multi-Gabor frames. *Applied and Computational Harmonic Analysis* (35), 2001–2023.
- Dörfler, Monika e Torrèsani, Bruno (1999). Representation of operators in the time-frequency domain and generalized Gabor multipliers. *Journal of Fourier Analysis and Applications* 16(2), 261–293.
- Douthett, Jack e Steinbach, Peter (1998). Parsimonious graphs: A study in parsimony, contextual transformations, and modes of limited transposition. *Journal of Music Theory* 42(2), 241–263.
- Downie, J. Stephen (2010). Music Information Retrieval online bibliography. http://www.music-ir.org/research_home.html.
- Du, Jingde, Wong, Man Wah e Zhu, Hongmei (2007). Continuous and discrete inversion formulas for the Stockwell transform. *Integral Transforms and Special Functions* 18, 537–543.

- Du Satoy, Marcus (2007). *Il disordine perfetto*. Milano: BUR Saggi.
- Dubois, Théodore (1905). *Trattato di Contrappunto e Fuga*. Milano: Ricordi (ristampa 2002).
- Duesenberry, John (2005). Sound Design Workshop: Convolution Reverb and Beyond — Broadband Audio Files as Impulse-Response Sources. *Electronic Musician* 21(4), 76. NewBay Media, New York, N.Y., USA.
- Duffin, Richard J. e Schaeffer, Albert C. (1952). A class of non-harmonic Fourier series. *Transactions of the American Mathematical Society* 72(2), 341–366.
- Duffy, Colleen (2001). Symmetrical musical pieces. Manuscript.
- Eliot, Thomas Stearns (1965). Reflections on Vers Libre. In *To Criticize the Critic*. New York: Farrar, Straus, and Giroux.
- Erpf, Hermann (1967). *Form und Struktur in der Musik*. Mainz: Schott's Söhne.
- Fauvel, John, Flood, Raymond e Wilson, Robin (Ed.) (2003). *Music and Mathematics: From Pythagoras to Fractals*. New York: Oxford.
- Feichtinger, Hans G. e Nowak, Krzysztof (2002). A First Survey of Gabor Multipliers. In H. G. Feichtinger, F. Luef, e T. Werther (Ed.), *Gabor Analysis and Algorithms: Theory and Applications*, Boston, MA. Birkhäuser.
- Feichtinger, Hans G., Luef, Franz e Werther, Tobias (2007). A Guided Tour from Linear Algebra to the Foundations of Gabor Analysis, in Gabor and Wavelet Frames. In *Gabor and Wavelet Frames*, Number 10 in IMS Lecture Notes Series. New York: Oxford.
- Feichtinger, Hans G. e Strohmer, Thomas (Ed.) (1998). *Gabor Analysis and Algorithms: Theory and Applications*, Boston, MA. Birkhäuser.
- Feichtinger, Hans G. e Strohmer, Thomas (Ed.) (2002). *Advances in Gabor Analysis*, Boston, MA. Birkhäuser.
- Feynman, Richard, Leighton, Robert B. e Sands, Matthew (2005). *La Fisica di Feynman*, Volume 1. Bologna: Zanichelli.
- Flinn, Scott (2010). Shepard's tones webpage. <https://www.cs.ubc.ca/labs/imager/contributions/flinn/Illusions/ST/st.html>.
- Ford, Kenneth W. (1972). *La fisica delle particelle*. Milano: Mondadori.
- Forte, Allen (1960). Bartók's 'Serial' Composition. *The Musical Quarterly* 46(2), 233–245.
- Frova, Andrea (2004). *Fisica nella Musica*. Bologna: Zanichelli.
- Gabor, Dennis (1946). Theory of Communication. *Journal of the Institute for Electrical Engineers* 93(26), 873–880.
- Giani Luporini, Gaetano (2019). *Geometrie e inversioni contrappuntistiche*. Lucca: "Musica in Accademia" 3, Accademia Lucchese di Scienze, Lettere e Arti.
- Gibson, Peter C., Lamoureux, Michael P. e Margrave, Gary F. (2006). Letter to the editor: Stockwell and wavelet transforms. *Journal of Fourier Analysis and Applications* 12(6), 713–721.

Bibliografía

- Gröchenig, Karlheinz (2001). *Foundations of Time-Frequency Analysis*. Boston, MA: Birkhäuser.
- Gruber, Bruno J. (2006). *Mathematical-Physical Properties of Musical Tone Systems II*. Österreichischen Akademie der Wissenschaften, mathematisch-naturwissenschaftlicher Klasse. Wien: Sitzungsber.
- Hanslick, Eduard (1945). *Il bello musicale*. Milano: Alessandro Minuziano Editore.
- Hanslick, Eduard (2007). Beautiful in Music. https://archive.org/stream/beautifulinmusic00hansiala/beautifulinmusic00hansiala_djvu.txt.
- Harkleroad, Leon (2006). *The Math Behind the Music*. Cambridge, UK: Cambridge University Press.
- Harrison, Daniel (1994). *Harmonic Function in Tonal Music: A Renewed Dualist Theory and an Account of Its Precedents*. Chicago: University of Chicago Press.
- Heil, Christopher E. e Walnut, David F. (1989). Continuous and discrete wavelet transforms. *SIAM Review* (31), 628–66.
- Herrero, Olaya Fernández e Lorente, Miguel (2006). Comprobación experimental de la teoría de la consonancia y disonancia musical. *Revista de Acústica* 5(37), 5–10.
- Hodges, Wilfrid (2003). The geometry of music. In J. Fauvel, R. Flood, e R. Wilson (Ed.), *Music and Mathematics: From Pythagoras to Fractals*, pp. 91–112. Oxford: Oxford University Press.
- Hofstadter, Douglas R. (1980). *Gödel, Escher, Bach: An Eternal Golden Braid*. New York: Vintage.
- Howat, Roy (1983). *Debussy in Proportion*. Cambridge University Press.
- Jedrzejewski, Franck (2019a). *Hétérotopies Musicales*. Paris: Hermann.
- Jedrzejewski, Franck (2019b). Non-Contextual JQZ Transformations. In M. Montiel, F. Gómez-Martin, e O. Agustín-Aquino (Ed.), *Mathematics and Computation in Music. MCM 2019*, Lecture Notes in Computer Science 11502, Cham, pp. 149–160. Springer.
- Kameoka, Akio e Kuriyagawa, Mamoru (1969a). Consonance theory, part I: Consonance of dyads. *Journal of the Acoustical Society of America* 45(1451–1459), 1451.
- Kameoka, Akio e Kuriyagawa, Mamoru (1969b). Consonance theory, part II: Consonance of complex tones and its computation method. *Journal of the Acoustical Society of America* 45(6), 1460–1469.
- Karpati, Jinos (1975). *Bartók's String Quartets*. Budapest: Franklin Printing House.
- Keller, Hermann (1965). *Das Wohltemperierte Klavier von J. S. Bach*. Kassel: DTV, Bärenreiter –Verlag.
- Kemp, Ian (1970). *Hindemith*. London-Oxford-New York: Oxford University Press.

- Kempf, Davorin (1984). Application of Contrapuntal Techniques in 20th Century Music. Manoscritto.
- Kempf, Davorin (1995). Broadcasts trasmessi dalla radio croata, terzo programma 1993-1995, con i cicli tematici: Repetition and Variation as Compositional Principle, Symmetry in Music, Ordinarium Missae attraverso la storia della musica, etc.
- Kerman, Joseph (1967). *The Beethoven Quartets*. London-Melburne-Cape Town: Oxford University Press.
- Kloiber, Rudolf (1972). *Handbuch des Instrumental-Konzerts, Band I: Vom Barock bis zur Klassik*. Wiesbaden: Breitkopf and Härtel.
- Kroodsma, Donald (2005). *The Singing Life of Birds*. New York: Houghton-Mifflin.
- Laitz, Steven (2008). *The Complete Musician*. New York: Oxford University Press.
- Latartara, John (2008). Pedagogic applications of Fourier analysis and spectrographs in the music theory classroom. *Journal of Music Theory Pedagogy* 22, 61–90.
- Lendvai, Ernő (1971). *Béla Bartók: An Analysis of His Music*. London: Kahn and Averill.
- Levinas, Emmanuel (1979). *Totality and Infinity*. The Hague: Martinus Nijhoff Publishers.
- Lewin, David (1987). *Generalized Musical Intervals and Transformations*. New Haven: Yale University Press.
- Li, Shidong e Healy Jr., Dennis M. (1996). A parametric class of discrete Gabor expansions. *IEEE Transactions on Signal Processing* 44(2), 201–211.
- Lombardi, Daniele (1981). *Spartito preso/La musica da vedere*. Firenze: Vallecchi Edizioni.
- Loy, Gareth (2007). *Musimathics: The Mathematical Foundations of Music, Vol. 2*. Cambridge, MA: MIT Press.
- Mache, François-Bernard (1993). *Music, Myth and Nature*. Contemporary Music Studies, Vol. 6. London: Harwood Academic Publishers.
- Maggiore, Michele (2010). *A Modern Introduction to Quantum Field Theory*. New York: Oxford University Press.
- Mallat, Stephane (1999). *A Wavelet Tour of Signal Processing, Second Edition*. San Diego, CA: Academic Press.
- Mannone, Maria (2019). *Mathematics, Nature, Art*. Palermo: Palermo University Press.
- Mannone, Maria e Compagno, Giuseppe (2014). Characterization of the Degree of Musical non-Markovianity. <https://arxiv.org/abs/1306.0229>.
- Mannone, Maria, Kitamura, Eri, Huang, Jiawei, Sugawara, Ryo, Chiu, Pascal e Kitamura, Yoshifumi (2019). CubeHarmonic: A New Musical Instrument

Bibliografia

- Based on Rubik's Cube with Embedded Motion Sensor. In *ACM SIGGRAPH '19*, Los Angeles, CA, pp. 53:1–53:2.
- Martens, Heinrich (1988). *Musikalische Formen in historischen Reihen, Band 17: Der Kanon*. Berlin-Lichterfelde: Chr. Friedrich Vieweg G.m.b.h.
- Mason, Colin (1957). An Essay in Analysis: Tonality, Symmetry and Latent Serialism in Bartók's Fourth Quartet. *The Music Review* 18, 189–201.
- Mazzola, Guerino (2002). *The Topos of Music*. Basel: Birkhäuser.
- Mazzola, Guerino, Mannone, Maria e Pang, Yan (2016). *Cool Math for Hot Music*. Heidelberg: Springer.
- Messiaen, Olivier (1966). *Technik meiner musikalischen Sprache*. 1. Band: Text; 2. Band: Musikalische Beispiele. Traduzione di Sieglinde Ahrens. Paris: Alphonse Leduc.
- Messiaen, Olivier (1944). *Technique de mon langage musical*. Paris: Alphonse Leduc.
- Metzger, Heinz-Klaus e Riehn, Rainer (1979). *Musik-Konzepte, Heft 9: Alban Berg – Kammermusik*. München: Text und Kritik.
- Meyer, Leonard B. (1967). *Music the Arts and Ideas: Patterns and Predictions in Twentieth-Century Culture*. University of Chicago Press.
- Mithen, Steven (2006). *The Singing Neanderthals: The Origins of Music, Language, Mind, and Body*. Harvard University Press.
- Noether, Emmy (1918). Invariante Variationsprobleme. *Transport Theory and Statistical Mechanics*, 235–257; traduzione 183–207.
- O'Grady, William, Archibald, John, Aronoff, Mark e Rees-Miller, Janie (1993). *Contemporary Linguistics, an Introduction*. New York: St. Martin's Press.
- Perle, George (1955). Symmetrical Formations in the String Quartets of Béla Bartók. *The Music Review* 16, 300–312.
- Perle, George (1977). *Twelve-Tone Tonality*. Berkeley: University of California Press.
- Plomp, Reinier e Levelt, Willem J. M. (1965). Tonal consonance and critical bandwidth. *Journal of the Acoustical Society of America* 38(883), 548–560.
- Qian, Shie e Chen, Dapang (1996). *Joint Time-Frequency Analysis: Methods and Applications*. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice Hall.
- Rabiner, Lawrence R. e Allen, Jont B. (1979). Short-time Fourier analysis techniques for FIR system identification and power spectrum estimation. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing* 27(2), 182–192.
- Rahn, John (1980). *Basic Atonal Theory*. New York: Schirmer.
- Reese, Gustave (1959). *Music In the Renaissance*. New York: W. W. Norton.
- Riemann, Hugo (1986). *Harmony Simplified*. London: Augener.
- Rigault, Germano (1979). *Simmetrie e Cristalli*. Torino: Loescher edizioni.
- Roig-Froncoli, Miguel (2003). *Harmony in Context*. New York: McGraw-Hill.

- Rosen, Charles (1971). *The Classical Style (Haydn, Mozart, Beethoven)*. New York: The Viking Press.
- Ross, Alex (2007). *The Rest Is Noise: Listening to the Twentieth Century*. New York: Farrar, Straus and Giroux.
- Rothenberg, David (2005). *Why Birds Sing: A Journey into the Mystery of Bird Song*. New York: Basic Books.
- Rothenberg, David (2010). Why Birds Sing. <http://www.whybirdssing.com/>.
- Rubbia, Carlo (1985). Experimental observation of the intermediate vector bosons W^+ , W^- , and Z^0 . *Reviews of Modern Physics* 57(3), 699.
- Sanchez González, Francisco Javier (1989). The great tone (8/7) interval in Arab and Related Musics. (Unpublished) Symposium on oriental music, Bagdad, CSIC.
- Schnass, Karin (2004). Gabor Multipliers: A Self-contained Survey. Master's thesis, University of Vienna.
- Schnebell, Dieter (1973). Composition 1960: La Monte Young (1971). *Musique en Jeu* 11.
- Schönberg, Arnold (1954). *Structural Functions of Harmony* (ed. Leonard Stein). New York: Williams and Horgate Limited, Norton.
- Schweitzer, Albert (1952). *J. S. Bach*. Wiesbaden: Breitkopf and Härtel.
- Sethares, William (2005). *Tuning, Timbre, Spectrum, Scale*. London: Springer.
- Sethares, William (2007). *Rhythm and Transforms*. New York: Springer.
- Shepard, Roger N. (1964). Circularity in judgements of relative pitch. *Journal of the Acoustical Society of America* 36(12), 2346–2453.
- Smith, Leigh M. (1996). Modelling rhythm perception by continuous time-frequency analysis. In *Proceedings of the 1996 International Computer Music Conference*, Hong Kong, pp. 392–95.
- Smith, Leigh M. (2000). *A multiresolution time-frequency analysis and interpretation of musical rhythm*. Ph.D. thesis, University of Western Australia.
- Smith, Leigh M. e Honing, Henkjan (2008). Time-frequency representation of musical rhythm by continuous wavelets, *Journal of Mathematics and Music*. 2(2), 81–97.
- Stockhausen, Karlheinz (1964). *Texte zur elektronischen und instrumentalen Musik (Band 1); Texte zu eigenen Werken zur Kunst Anderer (Band 2)*. Köln: Aktuelles, M. DuMont Schauberg.
- Stockwell, Robert G. (2007). A basis for efficient representation of the S-transform. *Digital Signal Processing* 17(1), 371–393.
- Stockwell, Robert G., Mansinha, alu. e Lowe, Robert P. (1996). Localization of the complex spectrum: the S transform. *IEEE Transactions on Signal Processing* 44(4), 998–1001.

Bibliografia

- Straus, Joseph (2003). Uniformity, balance, and smoothness in atonal voice leading. *Music Theory Spectrum* 25(2), 305–352.
- Straus, Joseph (2004). *Introduction to Post-Tonal Theory*. Upple Saddle River: Pearson.
- Stravinsky, Igor e Craft, Robert (1959). *Conversations with Igor Stravinsky*. New York: Knopf.
- Strohmer, Tobias (1998). Numerical algorithms for discrete Gabor expansions. In H. G. Feichtinger e T. Strohmer (Ed.), *Gabor Analysis and Algorithms: Theory and Applications*. Boston, MA: Birkhäuser.
- Stumpf, Carl (1890). *Tonpsychologie* 2. Leipzig: Verlag S. Hirzel.
- Stumpf, Carl (1898). Konsonanz und Dissonanz. *Berichte zur Akustik und Musikwissenschaft* 1, 91–107.
- Tartini, Giuseppe (1754). *Trattato di Musica secondo la vera scienza dell'armonia*. Padova: Stamperia del Seminario, Giovanni Manfrè.
- Taruskin, Richard (1984). *Music in the Western World: A History in Documents (selected and annotated by Piero Weiss and Richard Taruskin)*, p.171. New York: Shirmer Books, a division of Macmillan, Inc.
- Thompson, D'Arcy Wentworth (1966 e 2016). *Crescita e Forma: La geometria della natura. Edizione ridotta a cura di John Tyler Bonner*. Milano: Bollati Boringhieri.
- Torre, Charles G. (2014). *Foundations of Wave Phenomena*, Chapter 9: The Wave Equation in Three Dimensions. Utah State University, https://digitalcommons.usu.edu/foundation_wave/14/.
- Treitler, Leo (1959). Harmonic Procedure in the Fourth Quartet of Bela Bartók. *Journal of Music Theory* 3(2), 292–298.
- Tymoczko, Dmitri (2006). The geometry of musical chords. *Science* 313(5783), 72–74.
- Tymoczko, Dmitri (2011). *A Geometry of Music*. New York: Oxford University Press.
- Tyndall, John (1893). *Sound*. New York: Longmans, Green and Co.
- Vinton, John (1966). Toward a Chronology of the Mikrokosmos. *Studia Musicologica* 8(1/4), 41–69.
- von Helmholtz, Hermann (1863). *Die Lehre von den Tonempfindungen als Physiologische Grundlage für die Theorie der Musik*. Braunschweig: Verlag F. Vieweg and Sohn.
- von Helmholtz, Hermann (1954). *On the Sensations of Tone*. New York: Dover.
- Walker, James S. (2008). *A Primer on Wavelets and their Scientific Applications, Second Edition*. Boca Raton, Florida: Chapman and Hall/CRC Press. Material referenced from Chapters 5 and 6: <https://people.uwec.edu/walkerjs/MBSGC/PrimerExtracts/>.
- Werther, Tobias, Klotz, Andreas, Kracher, Günter, Baubin, Michael, Feichtinger, Hans G., Gilly, Hermann e Amann, Anton (2009). CPR Artifact Remo-

- val in Ventricular Fibrillation ECG Signals Using Gabor Multipliers. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering* 56(2), 320–327.
- Weyl, Hermann (1975). *La simmetria*. Milano: Feltrinelli.
- Whittall, Arnold (1971). Bartók's Second String Quartet. *The Music Review* 32(3), 265–270.
- Whitty, Irvine H. (1893). *The Harmonograph. Illustrated by Designs actually Drawn by the Machine by H. Irwine Whitty*. Norwich, Varmouth, and London: Jarrold and Sons.
- Wilczek, Franck (2016). *A Beautiful Question: Finding Nature's Deep Design*. New York: Penguin.
- Young, La Monte (1983). (Scores). *Ear Magazine East* 8(1–2).
- Young, Percy M. (1971). *The Choral Tradition. A Historical and Analytical Survey From the Sixteenth Century to the Present Day*. New York: W.W. Norton.
- Young, Robert M. (1980). *An Introduction to Nonharmonic Fourier Series*. New York: Academic Press.
- Zibulski, Meir e Zeevi, Yehoshua Y. (1997). Discrete multiwindow Gabor-type transforms. *IEEE Transactions on Signal Processing* 45(6), 1428–1442.

Ascolti

- Armstrong, Louis. (1996). *Gold*, Track 3: *La Vie en Rose*. Originale: 26 giugno 1950, registrazione rimasterizzata. Hip-O Records.
- Beethoven, Ludwig van. (2007). *Sonata per Pianoforte in Mi*, op.109, Movimenti 1 and 2. Eseguita da Daniel Añez Garcia il 25 gennaio 2007. Jeunesses Musicales du Canada. <https://www.youtube.com/watch?v=e5jgYHG0AgO>
- Brubeck, Dave & Dave Brubeck Quartet. (1961). *Time Further Out*, Track 7: *Unsquare Dance*. Registrazione: 8 giugno 1961. SONY.
- Byrd, William. (2003). *Ave Verum Corpus—Motets and Anthems of William Byrd*. Track 16: *Non Vos Relinquam*. Cambridge Singers. Registrazione: Great Hall of University College London. Londra, Collegium Records.
- Copland, Aaron. (1982). *Appalachian Spring, Rodeo, Fanfare for the Common Man*. Atlanta Symphony Orchestra, diretta da Louis Lane. Telarc.
- Derek and the Dominoes. (1970). *Layla and Other Assorted Love Songs*. Track 13: *Layla*. Registrazione originale rimasterizzata, convertita in mono con il software Audacity. Polydor.
- Don, Gary W. (2010). “*Fern*”. <https://www.youtube.com/watch?v=Vujkenzxi1Q> e <https://people.uwec.edu/walkerjs/MBSGC/Videos.htm>.
- Don, Gary W., and Walker, James S. (2010). “*Sierpinski Round*”. <https://www.youtube.com/watch?v=gVDrGfivZ5s> e <https://people.uwec.edu/walkerjs/MBSGC/Videos.htm>.
- Eimert, Herbert, e Stockhausen, Karlheinz. (1960). *Die Reihe*. Diretto da von Herbert Eimert con la collaborazione di Karlheinz Stockhausen. Wien-Zürich-London. 3: Musikalisches Handwerk, 1957; 4: Junge Komponisten, 1958; 7: Form – Raum.
- Electric Ladyland. (1968). *Jimi Hendrix Experience, Reprise*. Track 15: *All Along the Watchtower*. Convertito in mono con il sound editor Audacity.
- Goodman, Benny & Benny Goodman Orchestra. (1991). *Jazz Collector Edition*. Track 13: *Sing, Sing, Sing*. Laser Light Digital, 1943 circa, live broadcast.

Ascolti

- I Tre Tenori: José Carreras, Plácido Domingo e Luciano Pavarotti. (1990). *Carreras, Domingo and Pavarotti in Concert*, Track 12: *Nessun Dorma*. Orchestra del Maggio Musicale Fiorentino e Orchestra del Teatro dell'Opera di Roma, diretta da Zubin Mehta. Decca.
- Satie, Erik. (1987). *L'Oeuvre pour piano, vol. 1*. Track 7: *Gymnopédie I*. Aldo Ciccolini, pianoforte. Registrazione: 1983.
- Stravinsky, Igor. (1991). *Suite from The Firebird*. Boston Symphony Orchestra. Registrazione: 1964. Direzione: Erich Leinsdorf. BMG Classics.
- The Beatles. (1968). *The White Album*. Track 11: *Blackbird*. Capitol/EMI. Convertito in mono con il sound editor Audacity.

Visita il nostro catalogo:



Finito di stampare nel mese di
Maggio 2020
Presso la ditta Photograph s.r.l – Palermo
Editing e typesetting: Maria Mannone
Progetto grafico copertina: Luminita Petac- Paragraphics
Società Cooperativa per conto di NDF
Immagine di copertina: Maria Mannone

Cos'è la simmetria in musica? Come investigare suoni e strutture musicali alla luce della simmetria? E quale può essere, in questa ricerca, il ruolo della matematica?

Il premio Nobel per la Fisica F. Wilczek definisce la simmetria come un "cambiamento senza cambiamento", un'invarianza rispetto a una trasformazione. La ricerca di simmetria e di bellezza può essere intesa come la ricerca di equilibrio fra regolarità e variazione. Se la regolarità aiuta la memoria, è invece la varietà a stimolare l'attenzione e la curiosità. Argomenti fisico-matematici come la teoria dei gruppi, l'acustica e la teoria dei segnali forniscono strumenti di indagine anche all'estetica musicale.

Il tema della simmetria fra matematica e musica è il filo conduttore dei testi di fisici, matematici, teorici della musica e compositori presenti in questa antologia, scelti e tradotti da Federico Favali e Maria Mannone.

Il volume comprende scritti di D. Kempf, G. Rochberg, J. W. Bernard, D. Wilson, R. Donnini, D. Tymoczko, V. Hart, O. Fernández Herrero, G. W. Don - K. K. Muir - G. B. Volk - J. S. Walker.

Prefazione di David Fontanesi; postfazione di Giovanni Albini.

Federico Favali è compositore e musicologo. Il suo catalogo include musica vocale, un'opera, composizioni per strumento solo e musica per ensemble e orchestra. In ambito musicologico lavora prevalentemente sull'analisi musicale, in particolare della musica contemporanea. Si è laureato in Musicologia all'Università di Bologna. Ha studiato composizione in Italia, Inghilterra e Stati Uniti. La sua musica è pubblicata da Donemus.

Maria Mannone è fisico teorico e compositore. Ha conseguito in Italia la laurea magistrale in Fisica Teorica e i diplomi in Pianoforte, Composizione e Direzione d'Orchestra; a Parigi il Master 2 ATIAM presso l'IRCAM-UPMC Paris VI Sorbonne, e negli USA, alla University of Minnesota, il PhD in Composizione. Si dedica alla ricerca interdisciplinare tra musica, matematica e forme della natura. Con Palermo University Press ha pubblicato il suo libro più recente, "Mathematics, Nature, Art".

Immagine di copertina: M. Mannone
Cover Design: Paraphx Soc. Coop.



unipapress.it

ISBN 978-88-85812-60-4



9 788885 812604

€ 25,00