



> Ficus Macrophylla
dell'Orto Botanico di Palermo.
Disegno di Maria Mannone.

ALBERI E SINFONIE

Matematica, musica e complessità della natura

Maria Mannone

Maria Mannone è fisico teorico e compositore. Ha conseguito in Italia la laurea magistrale in Fisica Teorica e i diplomi in Pianoforte, Composizione e Direzione d'Orchestra; a Parigi il Master 2 ATIAM presso l'IRCAM-UPMC Paris VI Sorbonne, e negli USA, alla University of Minnesota, il PhD in Composizione.

Si dedica alla ricerca interdisciplinare tra musica, matematica e forme della natura. Con Palermo University Press ha pubblicato i suoi libri più recenti, "Mathematics, Nature, Art" e "Simmetrie fra Matematica e Musica". È postdoctoral researcher presso l'European Centre for Living Technology, Università Ca' Foscari di Venezia.

maria.mannone@unive.it



Dalle nervature di una foglia all'intricato disegno di una foresta, è possibile guardare forme, strutture e sviluppi naturali in termini matematici, in particolare utilizzando il formalismo astratto di punti, frecce e diagrammi della teoria delle categorie. Lo stesso formalismo ben si adatta allo studio delle strutture musicali, e dunque al confronto tra forme musicali e forme naturali. Nell'articolo vengono presentati degli esempi di composizione, improvvisazione e analisi musicale.

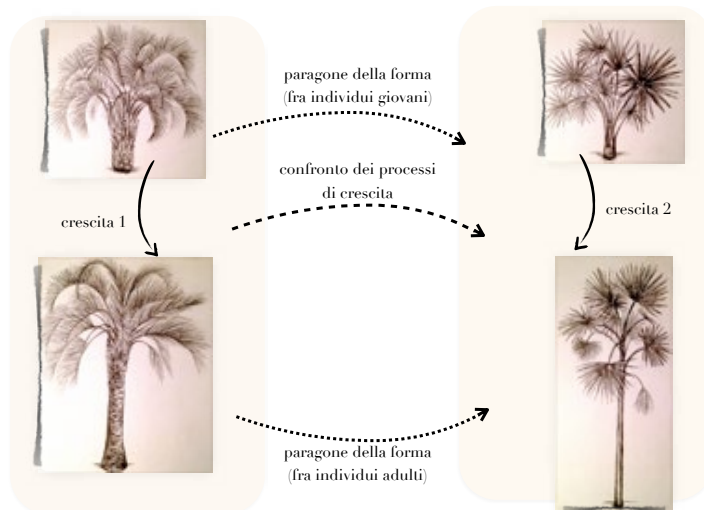
Sembrerebbe che la "freddezza" della matematica sia inconciliabile con l'espressività della musica e con la magnificenza di certe sinfonie. Sinfonie, come certe pagine mahleriane, che con la loro complessità potrebbero far pensare ad intricate foreste. Eppure anche le foreste, dal disegno apparentemente caotico delle canopie e delle radici, fino alle nervature di una piccola foglia, possono essere descritte anche tramite semplici concetti matematici. Una particolare attenzione verso le forme della natura, e in particolare di alberi e altre piante, è giustificata sia da un crescente interesse da parte di studiosi contemporanei [Baluška e Mancuso, 2009; Mancuso e Viola, 2015] verso il mondo vegetale, nonché dalle preoccupazioni riguardanti la distruzione delle foreste e la concomitante crisi ambientale, motivi che dovrebbero richiamare ad una maggiore consapevolezza intellettuale e pragmatica verso la natura. Stefano Mancuso e altri studiosi vedono le piante come strutture modulari che si sono evolute, a differenza degli animali, per resistere alla predazione, e come esseri caratterizzati da una "intelligenza" diffusa, a guisa di rete neurale [Mancuso e Viola, 2015].

Le forme della natura potrebbero sembrare opposte all'astrazione del pensiero matematico. Se pensiamo infatti al concetto di bellezza, almeno nel dominio del visivo, abbiamo da una parte le forme astratte della geometria, e dall'altra le forme concrete della natura, sia essa animale, vegetale o inanimata, le cui forme possono tuttavia, in molti casi, rasentare la perfezione geometrica, come le simmetrie dei cristalli e dei radiolari [D'Arcy Thompson, 2019; Cussó I Anglès, 2015]. Una nuova matematica che possa congiungere i due estremi di bellezza comprendendoli in una visione unitaria deve necessariamente essere ampia, 'sfumata', ma anche precisa nelle definizioni basilari.

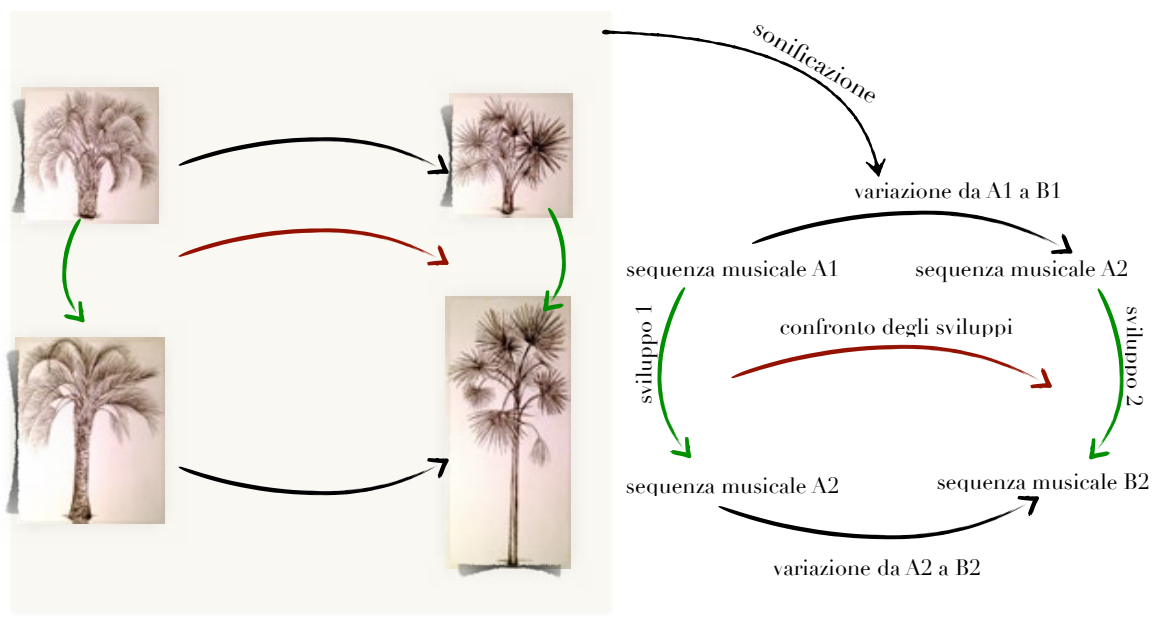
La Teoria delle Categorie studia in modo astratto gli aspetti generali delle strutture matematiche, evidenziandone le trasformazioni e i mutui rapporti. Nasce intorno al 1945, nell'ambito della topologia algebrica, allo scopo di dare unità concettuale ai numerosi rami della matematica: algebra, topologia algebrica, geometria differenziale, geometria algebrica, logica matematica. Dall'iniziale e molto astratto ruolo di "metamatemática", da cui l'attribuzione dell'espressione "abstract nonsense", la Teoria delle Categorie è stata sempre più utilizzata anche come linguaggio formale (linguaggio "diagrammatico"), realizzando una visione d'insieme di diverse discipline, dalla fisica alla chimica, dall'informatica alle arti. Il processo di astrazione/sintesi alla base della Teoria delle Categorie si fonda su concetti ad adeguati livelli di generalità, concernenti proprietà affini individuabili in differenti situazioni concrete, e grazie alle quali è possibile unificare i processi di analisi. Il termine "categoria" indica una struttura generale riguardante le reciproche relazioni fra insiemi (o classi) di diverso tipo (numeri, punti di uno spazio, funzioni, vettori, ecc.) e anche le proprietà delle operazioni fra gli elementi di un insieme. Una categoria può essere definita come una collezione di elementi o punti ("oggetti") e di una collezione di associazioni ("morfismi"), indicate da frecce, per ogni coppia di essi. I morfismi mappano oggetti in oggetti, e debbono soddisfare determinate condizioni di compatibilità (assiomi di

Un ramo molto astratto della matematica, la teoria delle categorie, sembra fornire il linguaggio necessario per questo scopo. Una categoria è costituita da oggetti (graficamente rappresentati attraverso punti) e da morfismi fra di essi (trasformazioni, rappresentate attraverso frecce) che soddisfano la proprietà associativa e l'esistenza dell'identità. Per dettagli tecnici, si veda il testo classico di Mac Lane [1971] o il testo più accessibile di Lawvere e Schanuel [1992].

Gli oggetti possono essere numeri, concetti, teorie, ma anche foglie o alberi, e le connessioni possono essere calcoli, discussioni, ma anche variazioni nella forma di una foglia. Gli oggetti possono anche essere temi di una sonata, e i morfismi le modulazioni e le trasformazioni tematiche che li connettono. Una categoria può essa stessa essere considerata come un punto; un morfismo fra categorie, denominato "funttore" (come una generalizzazione del concetto di "funzione"), trasforma oggetti di una categoria in oggetti dell'altra categoria, e frecce di una categoria in frecce di un'altra categoria. Se confrontiamo temi e ponti modulanti di una sonata di Beethoven con temi e ponti modulanti di un'altra sonata, potremo definire un funttore che confronta temi con temi e ponti con ponti. Allo stesso modo, possiamo confrontare forma e crescita di un albero con forma e crescita di un altro albero (Fig. 1). E, se la forma di un albero diventa musica, forma e crescita di un albero possono diventare tema e sviluppo di un brano musicale, e i confronti tra forme e sviluppi naturali diventano confronti tra forme e sviluppi musicali (Fig. 2). La crescita di alberi e altri vegetali può essere studiata formalmente tramite i sistemi di Lindenmayer o sistemi L (dal nome del botanico Aristid Lindenmayer) delle grammatiche generative a più componenti [Prusinkiewicz e Lindenmayer, 2004]. Se la crescita da un germoglio a una pianta adulta può essere indicata in astratto tramite una freccia e il significato della freccia è un sistema L, allora il confronto tra la crescita di due diverse piante, rappresentato attraverso il confronto tra frecce, si può declinare in un confronto tra due sistemi L.



> Fig. 1. Confronto tra le forme e i processi di crescita di due palme, *Butia capitata* (a sinistra) e *Coccothrinax argentea* (a destra) all'interno di un diagramma categoriale [Mannone, 2019]. Immagini e crescita della prima specie (rappresentata da una freccia) fanno parte di una categoria; immagini e crescita della seconda specie fanno parte di un'altra categoria. Il paragone fra le due categorie, rappresentato attraverso frecce tratteggiate che mappano figure in figure e processi in processi, è matematicamente rappresentato da un funttore (una trasformazione fra categorie, che generalizza il concetto di funzione). Disegni di M. Mannone.



> Fig. 2. Il formalismo di Fig. 1 può essere applicato alla musica, con sviluppi e confronti fra temi musicali. La possibile trasformazione che va dalla categoria delle immagini delle palme alla categoria delle strutture musicali è un funtore “sonificazione” [Mannone, 2019; Mannone e Favali, 2019].

L'uso dei diagrammi della teoria delle categorie non consente di svolgere direttamente dei calcoli, ma consente di connettere diversi oggetti e processi in una visione d'insieme, che permetterà un'eventuale e successiva scrittura di precise operazioni matematiche corrispondenti a parti specifiche del diagramma. Il formalismo delle categorie è un po' come una visione dall'alto: distinguiamo fiumi e monti, ma per individuare il nome di una via abbiamo bisogno di “scendere” a terra, e dunque di eseguire un calcolo preciso. Ma la collocazione di una singola via nella *big picture* non sarebbe possibile a meno di una visione dall'alto, la *bird-eye perspective*. Allo stesso modo, nella composizione musicale possiamo sviluppare l'architettura generale di una sinfonia e poi, per consentirne l'esecuzione, possiamo definire l'articolazione e i dettagli dei singoli passaggi per ciascuno strumento.

Come si può applicare il formalismo presentato in fig. 1 con l'attività quotidiana di un compositore o di un allievo compositore? Dato un tema e una tecnica di sviluppo, l'allievo A opererà dei cambiamenti al tema e personalizzerà la tecnica stessa di sviluppo (creando quindi un “funtore composizione A”). L'allievo B farà altrettanto (ma creando un “funtore composizione B”). Il confronto fra l'attività dello studente A e l'attività dello studente B, e quindi la trasformazione dal funtore A al

funtore B, è descritta da quella che in teoria delle categorie è chiamata “trasformazione naturale”. Si considerino anche due temi musicali, e sia chiesto ad alcuni allievi compositori di connetterli. Un allievo creerà un passaggio musicale, un altro allievo ne creerà uno diverso. Se i passaggi musicali fra due temi si descrivono come frecce, il confronto fra di essi sarà descritto come una freccia tra frecce, e cioè come una “trasformazione fra trasformazioni”. La necessità di uno strumento formale e semplice per descrivere una trasformazione fra trasformazioni è stata una delle ragioni che hanno portato allo sviluppo della teoria delle categorie negli anni Quaranta del secolo scorso.

Il linguaggio categoriale sposta l'attenzione dagli oggetti alle trasformazioni fra di essi. Le trasformazioni si possono pensare anche come processi nel tempo, come nel caso della crescita di un albero e dello sviluppo di una foresta. Pensare le immagini non come oggetti “statici”, ma come punti soggetti a processi di trasformazione, ci rimanda dunque al problema del tempo, cruciale nel confronto tra immagini e musica. Come osservato dai naturalisti D'Arcy e Hallé, una forma naturale può essere vista come una collezione di eventi nello spazio e nel tempo, ossia come il risultato della sua storia [D'Arcy, 1966; Prusinkiewicz e Lindenmayer, 2004]. La “lettura nel tempo” di una forma

associatività e di identità): la composizione di due morfismi dev'essere essa stessa un morfismo della categoria; deve esistere un morfismo identità (che non provoca alcun cambiamento); la composizione dei morfismi deve essere associativa. I morfismi che mappano categorie in categorie sono i "funtori", e si rappresentano come frecce tra categorie. I funtori generalizzano l'idea di funzione. Le frecce tra funtori sono dette "trasformazioni naturali". Vi sono ancora frecce tra frecce tra frecce e così via, formalizzando l'idea di trasformazione fra trasformazioni.

Si consideri, come esempio, la categoria **Sedie**, i cui oggetti sono le sedie e i cui morfismi sono delle operazioni eseguibili sulle sedie. Se si parte da una sedia bianca e la si ridipinge in nero, si ha sempre una sedia: la freccia "dipingere" rientra nella categoria **Sedie**. Verifichiamone la composizione: se la freccia "dipingere di nero" è seguita da "dipingere di verde", la composizione verde-nero darà una sedia, di colore improbabile, ma comunque una sedia. La freccia "dipingi dello stesso colore" costituisce l'identità (la sedia rimane identica a prima). Se invece una sedia si taglia in tanti listelli, non si ha più una sedia: la freccia "fare a pezzi" non appartiene alla categoria **Sedie**.

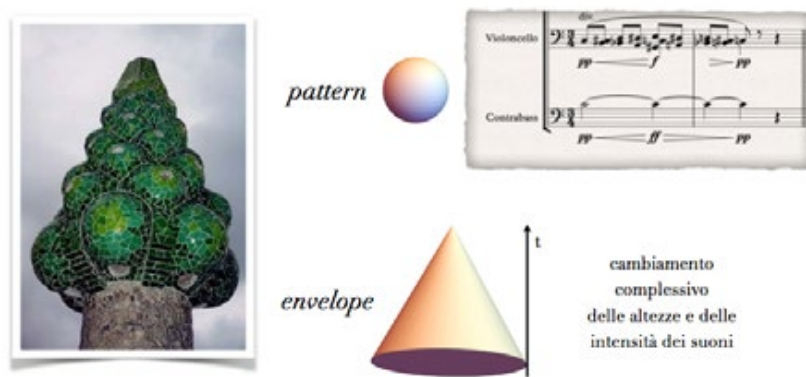
Il paragone tra gli oggetti "sedia" e gli oggetti "sgabello", e tra le frecce "dipingere (le sedie)" e "dipingere (gli sgabelli)" si formalizza come un funtore tra **Sedie** e **Sgabelli**.

(È tuttavia sconsigliabile entrare in un negozio di mobili dicendo "Cerco un funtore...").

visiva ne consente dunque l'accostamento alla musica, vista proprio come una collezione di eventi sonori distribuiti nel tempo e nello spazio dei parametri musicali [Mannone, 2019]. In questo contesto appare legittimo partire dalle forme di piante ed animali, ripensarle matematicamente (come grafici di funzioni, come sovrapposizioni e variazioni di figure geometriche, come sovrapposizioni di linee), semplificarle in linee essenziali, e trasformarle in musica. Viceversa, possiamo investigare strutture musicali, come alcune pagine di una partitura per orchestra sinfonica, e leggerle in termini di forme e di sviluppi grafico-matematici. La scelta di "linee essenziali" può essere arbitraria, ma tutte le possibili linee appartengono alla stessa varietà, come si direbbe in matematica. Il loro insieme, o "fascio", come si direbbe per un fascio di rette — insieme che è costituito in linea di principio da un numero infinito di elementi — descrive in modo esauritivo l'oggetto da cui le linee sono state estratte. Nel mondo naturale, la ricerca di forme essenziali, e dunque delle caratteristiche di archetipi animali o vegetali, si può far risalire al pensiero platonico, e, dal diciottesimo secolo, agli studi di Goethe e Owen [Rupke, 1993]. Dal polo delle variazioni morfologiche al polo dell'identità dell'*omologo*, l'osservazione delle forme naturali attraverso l'analisi della *forma* diventa un vero e proprio gesto estetico, un'attività che trascende i confini tra le discipline [Tedesco, 2016].

La schematizzazione delle forme visive passa attraverso la definizione di linee essenziali, che possono essere organizzate in figure ben precise. In molti casi è possibile identificare un *pattern*, motivo, e un *envelope*, involuppo matematico, forma complessiva [Mannone et al. 2019].

Per illustrare l'idea, si consideri la rivisitazione artistica di una scultura ispirata alla natura, come un caminetto-albero in ceramica progettato da Gaudí (Fig. 3), che può essere stilizzato con sfere (*pattern*) distribuite lungo la superficie di un cono (*envelope*). La "sfericità" può essere rappresentata con un fascio di linee melodiche che "si allargano" nell'intensità e nell'altezza per poi richiudersi in un punto. In Fig. 4 è riportato un altro esempio tratto da Gaudí [Bonet I Armengol e Puig I Tàrrach, 2013, pg. 144]; gli esempi musicali completi sono riportati nell'Ex. 1.



> Fig. 3. Un'immagine dotata di una struttura, come quella stilizzata di un albero, può diventare musica attraverso l'identificazione di un *pattern* (motivo) e di un *envelope* (struttura generale, forma complessiva). Nell'esempio è mostrata un'opera di Antoni Gaudí: un camino ricoperto da piastrelle di ceramica sul tetto di Palazzo Guell a Barcellona. La fotografia è stata scattata da Anne Korchynski e tratta dalla pagina web <https://www.pinterest.it/pin/505740233131055357/>. Nella figura è mostrato il frammento musicale associato al motivo, la cui sfericità è rappresentata con un allargamento e successivo restringimento dell'intensità sonora e del *range* del *pitch*. La partitura completa è riportata nell'esempio 1 (lettera A).

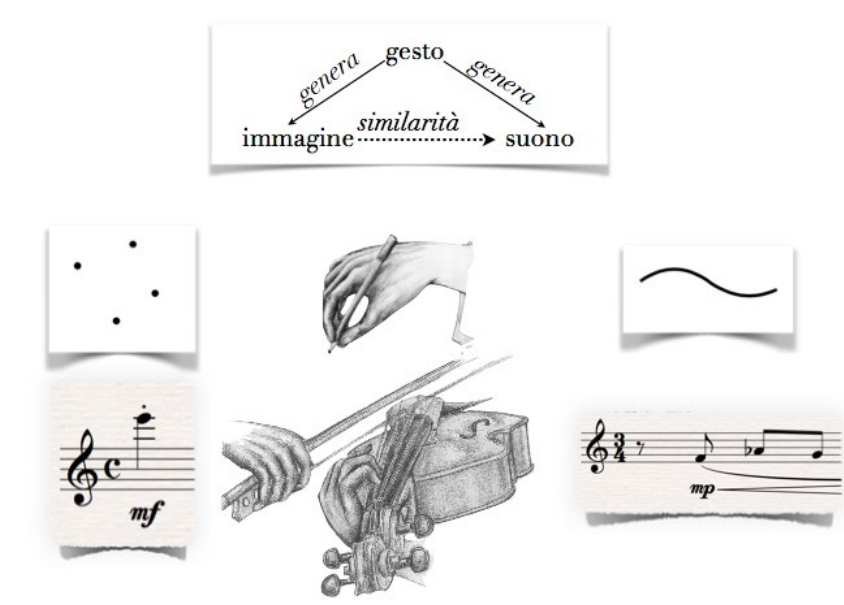
> Fig. 4. La struttura di un *Celtis australis* (fotografia a sinistra) fornisce l'ispirazione per alcune colonne della Sagrada Família (fotografia a destra; immagini tratte da http://personal.strath.ac.uk/j.wood/Biomimetics/Inspirational%20people/Antoni%20Gaudi_files/Antoni%20Gaudi.htm; si veda anche [Bonet I Armengol e Puig I Tàrrach, 2013, pg. 144] per uno studio dettagliato). Il frammento musicale associato alla combinazione di *pattern* ed *envelope* identificati è riportato nell'esempio 1 (lettera B). In questo caso, il *pattern* è dato dalla biforcazione, e l'*envelope* da una crescita progressiva (indicata con un glissando dei violoncelli) e da una successiva biforcazione (con più glissandi che partono da una stessa nota e si allontanano). La combinazione di *pattern* ed *envelope* dà una suddivisione in quattro linee, che imita musicalmente la suddivisione in quattro ramificazioni dell'immagine.

> Ex. 1. M. Mannone, *Gaudi's Trees*, frammenti relativi alle figure 3 e 4, rispettivamente.

Il botanico Aristid Lindenmayer, nell'intento di modellizzare matematicamente la crescita di piante e alberi, propone un sistema formale che da lui prende il nome. Immaginiamo un segmento verticale che rappresenti una piantina stilizzata. Due trattini ai lati di questo segmento, uno a destra, con un certo angolo, e uno a sinistra, con un altro angolo, indicano dei germogli. Replicando questo schema di crescita, ogni germoglio è trattato come il segmento iniziale: su ogni germoglio spuntano altri due germogli, rappresentati sempre come un segmento a destra e uno a sinistra. Successivamente il tronco si innalza e spuntano altre foglie. Via via si crea una struttura geometricamente sempre più ramificata. Variando le regole di crescita, gli angoli di inclinazione, l'inclinazione nel tronco, la presenza di rami secondari, si possono creare forme molto simili a quelle esistenti in natura, imitandone dunque la varietà attraverso la matematica.

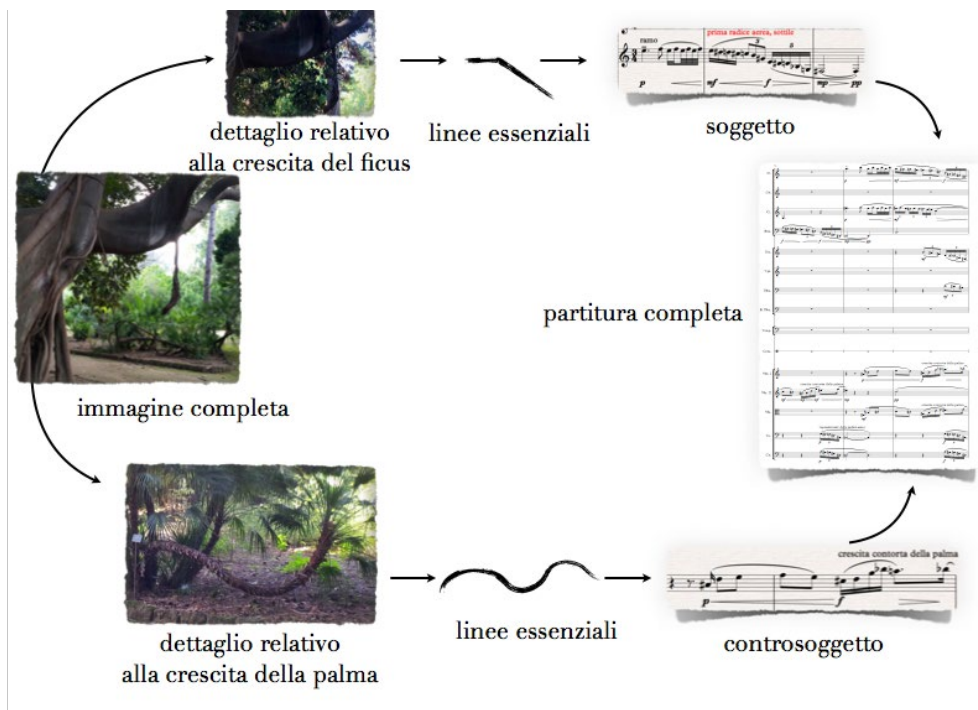
Cussó l'Anglès [2015] mostra uno studio dettagliato delle strutture matematiche sottostanti molte creazioni di Gaudí, il quale si era formato anche sugli studi di D'Arcy Thompson [1966].

I criteri per associare suoni e immagini sono oggetto di studi tecnico-cognitivi da una parte e di processi creativi e autoriali dall'altra. Consideriamo qui il contesto teorico delle corrispondenze crossmodali [Spence, 2011], l'ipotesi di meccanismi sopramodali nel cervello [Rosenblum et al., 2016] e il principio di similarità gestuale [Mannone, 2019; Mannone, 2018]. Il principio di similarità gestuale vede un unico, ideale gesto creativo che genera un'immagine o una breve sequenza musicale. Ad esempio, una sequenza di note staccate può essere prodotta con lo stesso movimento che realizza puntini con una matita su un foglio (Fig. 5).



> Fig. 5. Il principio di similarità gestuale applicato alle relazioni fra immagine e suono permette di identificare un'immagine semplice e una breve sequenza musicale come "simili" (con un alto grado di similarità) se esse appaiono generate dallo stesso movimento creativo [Mannone, 2018a, 2018b]. In questo modo, è possibile accostare note staccate a una sequenza di punti su un foglio di carta, e note legate con una linea continua.

Il pensiero diagrammatico di ispirazione categoriale e il principio di similarità gestuale possono essere applicati in modo creativo a composizione, improvvisazione e analisi di partiture esistenti. Un esempio è fornito dalla fuga per orchestra *A Fight for Light*, il cui soggetto e controsoggetto sono derivati dalla diversa crescita di un ficus strangolatore e di una palma nana, vedi Fig. 6 ed Ex. 2 [Mannone, 2019]. Nel corso della composizione, il movimento verticale-discendente delle radici aeree del ficus, rappresentato con una scala discendente nel soggetto, viene contratto in un cluster e raggruppato in fasce sonore con più strumenti, rappresentando l'ispessimento delle radici che diventano colonne. Nel ficus in esame, infatti, le "colonne" sostengono l'ulteriore crescita in orizzontale dei rami del ficus [Mannone, 2019].



> Fig. 6. Schema di costruzione di soggetto e controsoggetto di *A Fight for Light* (vedi Ex. 2), a partire dalla crescita orizzontale-verticale di un maestoso ficus strangolatore, *Ficus macrophylla* s. *columnaris* (per il soggetto) e dall'anomala crescita serpentiforme di una palma nana, *Chamaerops humilis* (per il controsoggetto). La forma serpentiforme è dovuta al tentativo della palma nana di sfuggire all'ombra del ficus, da cui il titolo *A Fight for Light*. Le fotografie sono state scattate all'Orto Botanico di Palermo.

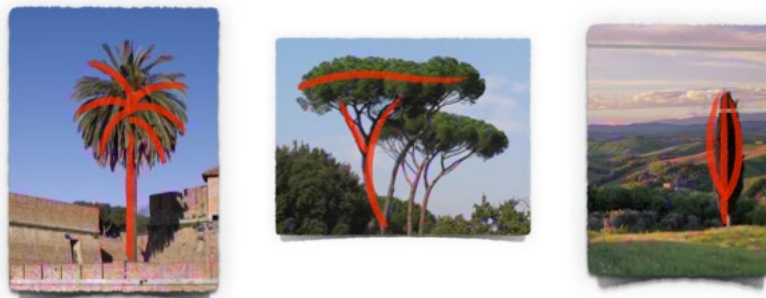
A Fight for Light
Ficus: *Ficus macrophylla* e *columnaris* and *Chamaerops humilis* Mario Mannone

Allegretto

> Ex. 2. M. Mannone, *A Fight for Light*, bb. 1-7 [Mannone 2019]. È possibile ascoltare la fuga completa alla pagina <https://www.youtube.com/watch?v=PSrILgSieyo>.

L'immagine dei sistemi di Lindenmayer che si sviluppano progressivamente nel tempo e nello spazio può essere traslata nell'ambito del sonoro, con strutture musicali che vanno via via crescendo, ossia diventano sempre più ricche e complesse attraverso il tempo. Il focus dell'articolo riguarda l'idea di forma e di sviluppo nel tempo. Il processo di sonificazione o, in un ambito più artistico, di "musicalizzazione", può avvenire attraverso diverse tecniche e strategie. La scelta del metodo dipende dagli aspetti della categoria di partenza che si vogliono mettere in risalto. L'idea chiave delle categorie è la formalizzazione di oggetti e di trasformazioni tra di essi, e il confronto tra oggetti + trasformazioni in una categoria e oggetti + trasformazioni in un'altra categoria. In questo caso, la categoria di partenza è quella delle forme vegetali: forme + trasformazioni (crescita); la categoria di arrivo è quella delle strutture musicali: temi musicali + trasformazioni (sviluppo). Il funtore dalle forme vegetali alle forme musicali è la strategia di musicalizzazione proposta, basata sulla congettura di similarità gestuale. Tante altre tecniche sono possibili, o potranno essere inventate in futuro. La similarità gestuale è motivata dalla riconoscibilità all'ascolto di alcuni andamenti e strutture essenziali.

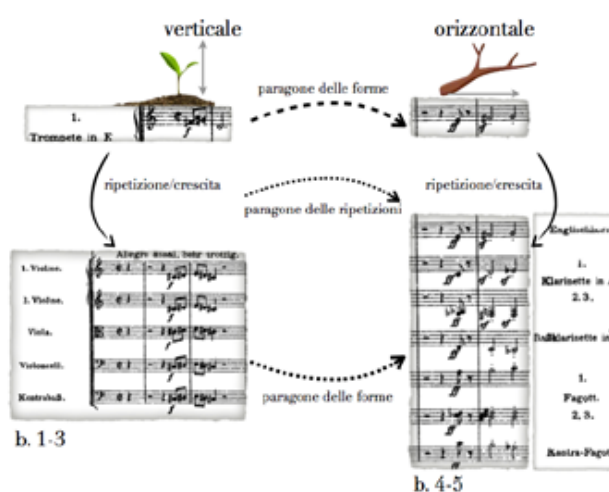
La connessione tra sistemi di Lindenmayer, categorie e musica è dunque un possibile modo di modellizzare la transizione dalle forme naturali alla musica. Nell'analisi di strutture musicali (già esistenti) attraverso la metafora di forme naturali si segue l'idea inversa, invertendo il senso delle frecce dei diagrammi categoriali.



> Fig. 7. Tre alberi (una palma, un pino e un cipresso) e una scelta di linee essenziali in rosso. Le forme dei tre alberi hanno costituito la base per alcune improvvisazioni al Conservatorio di Livorno, *The Three Trees*, basate sul principio della similarità gestuale. Le immagini originali sono tratte dalle pagine: https://it.wikipedia.org/wiki/Fortezza_Nuova, <https://www.shutterstock.com/it/video/clip-13077-italian-umbrella-pine>, AllPosters.com (Patrick Dieudonné). Le registrazioni possono essere ascoltate alle pagine: https://www.youtube.com/watch?v=0Jl4H1H_poc, <https://www.youtube.com/watch?v=z61GqYYtoCk>, https://www.youtube.com/watch?v=U_seRllr5a4, <https://www.youtube.com/watch?v=hmLpySxxaPQ>. L'ultima improvvisazione è stata diretta da M. Mannone.

Il principio di similarità gestuale può essere applicato anche nell'ambito dell'improvvisazione: è il caso di *The Three Trees*, una sperimentazione realizzata al Conservatorio di Livorno (Fig. 7).

Possiamo infine considerare la similarità nella forma e nella crescita di tronchi e rami e confrontarla in modo piuttosto libero con lo sviluppo dei temi in una pagina mahleriana, il terzo movimento dalla *Nona Sinfonia*. I temi possono anche essere confrontati fra loro attraverso schemi categoriali (Fig. 8). In questo modo, prospettive "genetiche" su temi e strutture mahleriani [Pinto, 2017] possono essere contestualizzate nell'ambito delle categorie e di eventuali sistemi di Lindenmayer applicati allo sviluppo dei temi musicali e dei loro analoghi naturalistici.



> Fig. 8. Confronto tra cellule tematiche e rispettivi sviluppi/ripetizioni del terzo movimento della *Nona Sinfonia* di G. Mahler, e similitudine con la crescita in orizzontale e in verticale di elementi naturalistici.

Un esempio non di crescita ma di variazione, come un "salto da una fronda all'altra" di alberi della stessa altezza, può essere visto come un confronto tra diverse orchestrazioni del materiale musicale "allo stesso livello gerarchico", ossia sviluppate e dunque "complete" in modo sostanzialmente parallelo. È quanto accade nell'orchestrazione di *A Tea for Two* dalle *Jazz Suites* di Shostakovich. È come se si modi-

ficassero dei parametri cambiando la forma di un albero di Lindenmayer, ma non il grado di complessità. Un caso di crescita graduale e poi di (quasi) immediata chiusura è dato dal finale della *Quarta Sinfonia* di Bruckner, un finale che “apre” invece di chiudere. Tale processo di costruzione musicale risulta particolarmente evidente nell'esecuzione diretta da Sergiu Celibidache.

Il processo di crescita si potrebbe leggere anche all'inverso. Nel caso degli alberi, si andrebbe dalle foglie alle radici, come un film che scorra all'indietro. Tale processo ci rimanda all'*induzione a ritroso* (backward induction). Proseguendo con la metafora dell'albero, possiamo pensare ad un processo di (estrema) potatura che taglia foglie, rami, e procede drasticamente fino alle radici.

In musica, un rendimento musicale del processo inverso dalle foglie alla radice potrebbe essere dato da un processo di “chiusura” (una sorta di semplificazione), l'opposto del processo di accrescimento descritto da Sciarrino [1998]. Si potrebbe considerare come una sorta di processo di Lindenmayer a ritroso, ossia un processo di “involuzione”. Ne è un esempio il finale di *Otto e 1/2* (musica di Nino Rota, regia di Federico Fellini), con la texture musicale che via via si assottiglia per ritornare alla “radice”, con il tema suonato all'ottavo da un fanciullino che si allontana.

In matematica, l'induzione a ritroso è spesso utilizzata nell'ambito della teoria dei giochi, i cui strumenti permettono di studiare le strategie di comportamento di esseri umani, con mosse e contromosse. Per studiare la backward induction, si fa uso di specifici grafi ad albero che rappresentano le decisioni razionali dei soggetti. Tali grafi si risolvono attraverso la “potatura” progressiva.

La metafora di “crescita inversa” richiama le decisioni razionali degli individui. Lo studio delle azioni attraverso il filtro della razionalità matematica è da tempo alla base di molti studi interdisciplinari [Tedesco, 2016]. Il processo di crescita/decrecita, nel caso delle strutture musicali, riguarda “manufatti” umani, confrontati con le strutture naturali degli alberi mediante la matematica. Il confine tra artefatto umano e processo di crescita naturale, tuttavia, appare insolitamente sfumato in alcune regioni dell'India, dove si influenza artificialmente la crescita dei ficus per condizionarne la struttura e, nel corso degli anni, trasformarli in ponti [Sartoris, 2020, in collaborazione con M. Warglien]. Si tratta di ponti a metà tra l'opera umana e l'architettura naturale, che, agli occhi occidentali, potrebbero forse apparire come installazioni, con i canoni estetici propri di un'avanguardia ecologica.

Tutto quanto esposto induce a concludere che la natura stimola continuamente il pensiero e dà forma al nostro concetto di bellezza.

Nondimeno, possiamo sempre continuare a chiederci se la bellezza dell'arte abbia le sue radici nella concretezza della natura e nel pensiero astratto, o se sia forse proprio il pensiero astratto a fornire gli strumenti per unire mondi e fondere conoscenze.

Bibliografia

- [1] BALUŠKA F. E MANCUSO S. (2009), *Plant neurobiology: from sensory biology, via plant communication, to social plant behavior*. Cognitive Processing, 10/Suppl. 1, pp. 3-7.
- [2] J. BONET I ARMENGOL E A. PUIG I TÀRRECH (2013), *Arquitectura I Símbol de la Sagrada Família*, Pòrtic Singular, Barcellona.
- [3] CUSSÓ I ANGLÈS, J. (2015), *Gaudí's Sagrada Família: a Monument to Nature*, Editorial Milenio, Lleida.
- [4] D'ARCY THOMPSON, W. (1966), *On Growth and Form (An Abridged Edition Edited by John Tyler Bonner)*, Cambridge University Press, Cambridge.
- [5] LAWVERE F. W. E SCHANUEL S. H. (1992), *Conceptual Mathematics: A First Introduction to Categories*, 2nd edition, Cambridge University Press, Cambridge.
- [6] MAC LANE S. (1971), *Categories for the Working Mathematician*, Springer, New York.
- [7] MANCUSO S. E VIOLA A. (2015), *Verde brillante*, Giunti, Firenze.
- [8] MANNONE M. (2019), *Mathematics, Nature, Art*, Palermo University Press, Palermo.
- [9] MANNONE M. (2018), *Introduction to Gestural Similarity in Music. An Application of Category Theory to the Orchestra*. Journal of Mathematics and Music, 12/2, pp. 63-87.
- [10] MANNONE M. E FAVALI F. (2019), *Categories, Musical Instruments, and Drawings: A Unification Dream*, In M. Montiel, F. Gómez and O. Agustín-Aquino (eds.), *Proceedings of the Conference of Mathematics and Computation in Music*, Springer, Madrid, pp. 59-72.
- [11] MANNONE M., FAVALI F., DI DONATO B. E TURCHET L. (2020), *Quantum GestART: Identifying and Applying Correlations between Mathematics, Art, and Perceptual Organization*. Journal of Mathematics and Music, 15 (1): 62-94.
- [12] PINTO A. (2017), *Mahler's Search for Lost Time: a “Genetic” Perspective on Musical Narrativity*, Gli Spazi della Musica, 6/2, pp. 2-37.
- [13] PRUSINKIEWICZ P. E LINDENMAYER A. (2004), *The Algorithmic Beauty of Plants*. Springer, New York.
- [14] ROSENBLUM L. D., DIAS J. E DORSI J. (2016), *The supermodal brain: implications for auditory perception*, Journal of Cognitive Psychology 29/1, pp. 65-87.
- [15] SCIARRINO, S. (1998). *Le figure della musica*. Milano: Ricordi SPENCE C. (2011), *Crossmodal correspondences: A Tutorial Review*. Attention, Perception, Psychophysics 73/4, pp. 971-995.
- [16] TEDESCO, S. (2016), *La costruzione del concetto di omologia e i vincoli materiali della forma*. Rivista di Estetica (62), pp. 27-39, <https://doi.org/10.4000/estetica.1169>.
- [17] RUPKE N. (1993), *Richard Owen's vertebrate archetype*. Isis, 84/2, pp. 231-251.
- [18] SARTORIS, C. (2020). *Ponti viventi per un'urbanistica interspecie*. Domus. <https://www.domusweb.it/it/architettura/gallery/2020/05/28/ponti-viventi-come-spunto-per-unurbanistica-infraspecie.html>