

MARCO CORAZZA - STEFANIA FUNARI

UN APPROCCIO DINAMICO
ALLA CONTRAFFAZIONE DELL'OFFERTA NEI
MERCATI MONOPOLISTICI

N.66/1998



UNIVERSITA' DI VENEZIA
DIPARTIMENTO DI MATEMATICA
APPLICATA E INFORMATICA
CA' FOSCARI - 30123 VENEZIA-ITALIA

**UN APPROCCIO DINAMICO
ALLA CONTRAFFAZIONE DELL'OFFERTA
NEI MERCATI MONOPOLISTICI***

Marco CORAZZA (E-mail: corazza@unive.it)

Stefania FUNARI (E-mail: funari@unive.it)

**Dipartimento di Matematica Applicata
Università degli Studi "Ca' Foscari" di Venezia**

***Presentato al XX Convegno A.M.A.S.E.S.
(Associazione per la Matematica Applicata alle Scienze Economiche e Sociali)
Urbino 1996**

SOMMARIO

Questo lavoro propone una legge dinamica in grado di rappresentare l'equilibrio di un mercato monopolistico caratterizzato dalla presenza di contraffazione dell'offerta. La formalizzazione dei comportamenti degli agenti economici (consumatori, monopolista e contraffattore) che operano in tale mercato conduce ad un sistema di equazioni alle differenze finite, lineare, a coefficienti costanti e non omogeneo, la cui soluzione descrive l'equilibrio dinamico del mercato in questione.

1. INTRODUZIONE

Più o meno recentemente, alcune autorevoli organizzazioni internazionali (U.S. International Trade Commission e Comité Colbert) hanno posto in evidenza la crescente influenza che il fenomeno della contraffazione dell'offerta ha avuto in alcuni mercati di beni e di servizi. L'incremento mondiale della contraffazione dei prodotti nel decennio 1985-1995 è stato di, circa, il 1.200%, causando perdite annue sulle vendite, a causa della contraffazione, equivalenti al 5-6% dell'intero commercio mondiale.

Ricordiamo che per contraffazione dell'offerta, qualora questa sia "ingannevole", si intende l'offerta a terzi di beni e di servizi opportunamente falsificati per trarre in inganno, relativamente alla loro originalità, questi stessi terzi¹.

A fronte della crescente importanza attribuita a tale fenomeno, nella letteratura economica sono apparsi alcuni lavori (Bamossy G.J. *et al.* [1986], Higgins R.S. *et al.* [1986], Grossman G.M. *et al.* [1988a], Grossman G.M. *et al.* [1988b] e Mossetto G. [1992]) che considerano, in parte, il ruolo giocato dalla contraffazione nella specificazione di una legge statica che descrive l'equilibrio di alcuni mercati.

In questo lavoro, invece, analizziamo il funzionamento di un mercato caratterizzato dalla presenza di falsificazione dell'offerta, in un contesto dinamico.

¹ In generale il termine contraffazione indica l'utilizzo non autorizzato di un marchio registrato, su prodotti che appaiono identici o simili ai prodotti per cui tale marchio è stato registrato ed usato. Si distingue solitamente la contraffazione ingannevole dalla contraffazione non ingannevole, a seconda che il consumatore sia o meno non consapevole di acquistare un prodotto falsificato.

I beni considerati nell'analisi sono quelli che possono essere differenziati agli occhi dei consumatori per la presenza di un marchio; si tratta spesso di *status goods*, merci il cui mero uso od esposizione conferisce prestigio ai loro possessori (oltre ad avere una loro utilità intrinseca) e che, d'altro lato, giustificano il comportamento monopolistico posto in essere dal produttore del bene originale.

2. *COMPORAMENTI ECONOMICI*

Gli agenti che operano in un mercato monopolistico caratterizzato dalla presenza di contraffazione dell'offerta (consumatori, monopolista e contraffattore) pongono in essere comportamenti che possono essere sinteticamente articolati come segue.

Passo 1 - Nell'istante $t = t_0 := 0$ il contraffattore inizia a soddisfare, mediante la propria offerta, una predeterminata quantità della domanda "soddisfabile"² non soddisfatta dall'offerta del monopolista.

Passo 2 - Nell'istante $t = t_0$ i consumatori, che ignorano la struttura dei costi del monopolista e, dunque, la quantità offerta da quest'ultimo, "consumano" la quantità complessivamente offerta dal mercato, che è la somma delle quantità offerte, rispettivamente, dal monopolista e dal contraffattore.

Passo 3 - Nell'istante $t = t_1 := t_0 + 1$ il monopolista rileva che il prezzo determinato dal mercato nell'istante precedente corrisponde ad una quantità maggiore di quella da lui effettivamente offerta e, dunque, rileva la presenza dell'offerta del contraffattore. Il monopolista reagisce a questa presenza effettuando degli investimenti in reputazione, cosa che fa variare la sua struttura dei costi. Data questa nuova struttura dei costi, il monopolista massimizza il proprio profitto in t_1 .

Passo 4 - Ancora nell'istante $t = t_1$ i consumatori, che sono incapaci di distinguere il prodotto del monopolista da quello del contraffattore, reagiscono agli investimenti in reputazione effettuati dal monopolista o contraendo o lasciando inalterata o espandendo la propria domanda totale.

² Per il significato di quantità "soddisfabile" si rimanda al paragrafo 5.

Passo 5 - Dall'istante $t = t_0 := t_1 + 1$ si itera quanto descritto a partire dal Passo 2.

3. FUNZIONE DEL PREZZO o FUNZIONE INVERSA DI DOMANDA

La relazione che specifica il prezzo in funzione della quantità in un mercato monopolistico caratterizzato dalla presenza di contraffazione dell'offerta è data da

$$\begin{aligned} p(t) &= a - b \cdot y(t) - b \cdot y_F^o(t) + k \cdot [d \cdot y_F^{o,e}(t)] \\ &= a - b \cdot [y(t) + y_F^o(t)] + k \cdot [d \cdot y_F^o(t-1)] \end{aligned} \quad (1)$$

con $a > 0$, $b > 0$, $k \in \mathbf{R}$ e $d \geq 0$,

dove

$y(l)$ rappresenta la (classica) domanda totale nel generico istante l ,

$y_F^o(l)$ rappresenta quella quantità della domanda "soddisfabile" non soddisfatta dall'offerta del monopolista che, invece, viene soddisfatta dall'offerta del contraffattore nel generico istante l ,

k misura la reazione dei consumatori agli investimenti in reputazione effettuati dal monopolista,

d misura la reazione del monopolista, in termini di investimenti in reputazione e

$y_F^{o,e}(l)$ rappresenta il valore atteso da parte del monopolista della quantità della domanda "soddisfabile" non soddisfatta dalla sua offerta che viene invece soddisfatta dall'offerta del contraffattore nello stesso generico istante l .

Valgono le seguenti osservazioni.

Osservazione 1. Si assume che

$$y_F^{o,e}(t) = y_F^o(t-1). \quad (2)$$

Osservazione 2. Gli investimenti in reputazione effettuati dal monopolista in un generico istante t , cioè $d \cdot y_F^o(t-1)$, sono assunti linearmente proporzionali al valore atteso da parte del monopolista di quella quantità della domanda “soddisfabile” non soddisfatta dalla sua offerta che, invece, viene soddisfatta dall’offerta del contraffattore nel generico istante t .

Osservazione 3. Le reazioni dei consumatori agli investimenti in reputazione, in termini di quantità di prodotto domandata, sono assunte linearmente proporzionali al valore degli investimenti stessi in reputazione effettuati dal monopolista nello stesso generico istante t , cioè, tenendo conto della (2),

$$k \cdot [d \cdot y_F^o(t-1)]. \quad (3)$$

Osservazione 4. Negli istanti $t < t_0 := 0$ si ha

$$y_F^o(t) = 0, \quad \forall t < t_0 \quad (4)$$

da cui la seguente “classica” particolarizzazione della funzione del prezzo precedentemente introdotta (essendo anche $y_F^o(t-1) = 0$):

$$p(t) = a - b \cdot y(t) = a - b \cdot y = p. \quad (5)$$

Nell’istante $t = t_0 := 0$ si ha

$$y_F^o(t_0) = y_F^o(0) \neq 0 \text{ e } y_F^o(t_0 - 1) = y_F^o(-1) = 0 \quad (6)$$

da cui la seguente particolarizzazione della funzione del prezzo precedentemente introdotta:

$$p(0) = a - b \cdot [y(0) + y_F^o(0)]. \quad (7)$$

4. *IL MONOPOLISTA*

Nel generico istante t , il monopolista offre quella quantità

$$y_M^o(t)$$

che rende massima la sua funzione di profitto, cioè $\Pi[y(t)]$, in quello stesso generico istante. Data la funzione del prezzo precedentemente introdotta, analogamente al monopolio “classico”, la quantità che rende massima la funzione di profitto del monopolista è quella per la quale si verifica che

$$RM_M(t) = CM_M(t) \quad (8)$$

dove

$RM_M(t)$ rappresenta il ricavo marginale del monopolista nel generico istante t e

$CM_M(t)$ rappresenta il costo marginale del monopolista nel generico istante t .

4.1 *Funzione di ricavo marginale*

Dalla relazione che specifica il ricavo marginale del monopolista in funzione della quantità

$$RM_M(t) = \frac{\partial RT_M(t)}{\partial y(t)},$$

si ottiene, tenendo conto che $RT_M = p(t)y(t)$,

$$\begin{aligned} RM_M(t) &= a - 2 \cdot b \cdot y(t) - b \cdot y_F^o(t) + k \cdot [d \cdot y_F^o(t-1)] \\ &= a - b \cdot [2 \cdot y(t) + y_F^o(t)] + k \cdot [d \cdot y_F^o(t-1)] \end{aligned} \quad (9)$$

4.2. Funzione di costo marginale

Dalla relazione che specifica il costo marginale del monopolista in funzione della quantità

$$CM_M(t) = \frac{\partial CT_M(t)}{\partial y(t)},$$

si ottiene la seguente espressione per il costo marginale:

$$\begin{aligned} CM_M(t) &= c + c' \cdot y(t) + d \cdot y_F^{o,e}(t) \\ &= c + c' \cdot y(t) + d \cdot y_F^o(t-1) \end{aligned} \quad (10)$$

con $0 < c < a$.

4.3. Quantità offerta

Dalla relazione (8) si ottiene la seguente quantità offerta dal monopolista nel generico istante t :

$$y_M^o(t) = \frac{a-c}{c'+2 \cdot b} - \frac{b}{c'+2 \cdot b} y_F^o(t) + \frac{d \cdot (k-1)}{c'+2 \cdot b} y_F^o(t-1), \quad (11)$$

$$\text{con } \frac{a-c}{c'+2 \cdot b} > 0, \quad -\frac{b}{c'+2 \cdot b} < 0 \text{ e } \frac{d \cdot (k-1)}{c'+2 \cdot b} \begin{cases} < 0 & \text{se } k < 1 \text{ e } d > 0 \\ = 0 & \text{se } k = 1 \text{ o } d = 0. \\ > 0 & \text{se } k > 1 \text{ e } d > 0 \end{cases}$$

Osservazione 5. Negli istanti $t < t_0 := 0$ si ha

$$y_F^o(t) = 0 \text{ e } y_F^o(t-1) = 0, \quad (12)$$

da cui la seguente "classica" particolarizzazione della quantità offerta dal monopolista:

$$y_M^o(t) = \frac{a-c}{c'+2 \cdot b} = y_M^o. \quad (13)$$

Nell'istante $t = t_0 := 0$ si ha

$$y_F^o(t_0) = y_F^o(0) \neq 0 \text{ e } y_F^o(t_0 - 1) = y_F^o(-1) = 0, \quad (14)$$

da cui la seguente particolarizzazione della funzione della quantità offerta dal monopolista:

$$y_M^o(0) = \frac{a-c}{c'+2 \cdot b} - \frac{b}{c'+2 \cdot b} y_F^o(0). \quad (15)$$

5. IL CONTRAFFATTORE

Nel generico istante t , il contraffattore soddisfa una predeterminata quantità della domanda "soddisfabile" non soddisfatta dall'offerta del monopolista e cioè

$$\begin{aligned} y_F^o(t) &= f \cdot [y_S^e(t) - y_M^{o,e}(t)] \\ &= f \cdot [y_S(t-1) - y_M^o(t-1)] \end{aligned} \quad (16)$$

con $0 \leq f \leq 1$,

dove

f misura la percentuale della domanda teoricamente "soddisfabile", non soddisfatta dall'offerta del monopolista, che viene soddisfatta dall'offerta del contraffattore,

$y_S^e(l)$ rappresenta il valore atteso da parte del contraffattore della quantità della domanda soddisfabile dal monopolista,

$y_M^{o,e}(l)$ rappresenta il valore atteso da parte del contraffattore della quantità della domanda soddisfatta dal monopolista nel generico istante l e

$y_S(l)$ rappresenta la domanda “soddisfabile” dal monopolista nel generico istante l , cioè quella domanda per la quale si ha che

$$\begin{aligned} &< 0 \quad \text{se } y(l) > y_S(l) \\ \Pi[y(l)] &= 0 \quad \text{se } y(l) = y_S(l). \\ &> 0 \quad \text{se } y(l) < y_S(l) \end{aligned} \quad (17)$$

Osservazione 6. Si assume che

$$y_S^e(t) = y_S(t-1); \quad (18)$$

inoltre, si assume che

$$y_M^{o,e}(t) = y_M^o(t-1). \quad (19)$$

Osservazione 7. La quantità della domanda “soddisfabile” non soddisfatta dall’offerta del monopolista che, invece, viene soddisfatta dall’offerta del contraffattore in un generico istante $t \geq t_0$, cioè $y_F^o(t)$, è assunta linearmente proporzionale alla differenza tra i valori attesi da parte del contraffattore, rispettivamente, della stessa domanda “soddisfabile” dal monopolista e della quantità effettivamente offerta da quest’ultimo nello stesso generico istante t , cioè

$$y_F^o(t) = f[y_S^e(t) - y_M^{o,e}(t)]. \quad (20)$$

5.1. *Quantità “soddisfabile”*

È possibile verificare che, data la funzione del prezzo (1), precedentemente introdotta, analogamente al monopolio “classico”, la quantità “soddisfabile” dal monopolista è quella per la quale si verifica che

$$p(t) = CM_M(t) = CM_F(t) \quad (21)$$

dove

$CM_F(t)$ rappresenta il costo marginale del contraffattore nel generico istante t .

5.2. Costo marginale

La relazione che specifica il costo marginale del contraffattore in funzione della quantità è data da

$$CM_F(t) = \frac{\partial CT_F(t)}{\partial y(t)} = \frac{\partial CT_M(t)}{\partial y(t)} = CM_M(t), \quad (22)$$

da cui si ha

$$CM_F(t) = c + c' \cdot y(t) + d \cdot y_F^o(t-1). \quad (23)$$

In particolare, si ipotizza che la struttura dei costi marginali sia uguale sia per il produttore del bene originale, sia per il contraffattore, pur ammettendo costi fissi per il monopolista superiori a quelli del contraffattore, cioè

$$CT_F(t) < CT_M(t). \quad (24)$$

Dalla relazione (21) si ottiene la seguente quantità, “soddisfabile” dal monopolista nel generico istante t :

$$\begin{aligned} y_S(t) &= \frac{a-c}{c'+b} - \frac{b}{c'+b} y_F^o(t) + \frac{d \cdot (k-1)}{c'+b} y_F^o(t-1) \\ &= \frac{c'+2 \cdot b}{c'+b} y_M^o(t) \end{aligned} \quad (25)$$

e sostituendo la (25) nella (16), si ottiene la seguente quantità offerta dal contraffattore nel generico istante t :

$$\begin{aligned}
y_F^o(t) &= f \cdot \left[\frac{c'+2 \cdot b}{c'+b} y_M^o(t-1) - y_M^o(t-1) \right] \\
&= \frac{f \cdot b}{c'+b} y_M^o(t-1)
\end{aligned}
\tag{26}$$

6. IL MODELLO DINAMICO

Considerando unitamente la (11) e la (26) si ottiene il seguente modello che specifica la dinamica delle quantità offerte, rispettivamente, dal monopolista e dal contraffattore

$$\begin{cases}
y_M^o(t) = \frac{a-c}{c'+2 \cdot b} - \frac{b}{c'+2 \cdot b} y_F^o(t) + \frac{d \cdot (k-1)}{c'+2 \cdot b} y_F^o(t-1) \\
y_F^o(t) = \frac{f \cdot b}{c'+b} y_M^o(t-1)
\end{cases}
\tag{27}$$

L'equazione alle differenze finite, equivalente al sistema (27), che specifica la dinamica della quantità offerta dal monopolista, è data da

$$y_M^o(t) - \alpha \cdot y_M^o(t-1) - \beta \cdot y_M^o(t-2) = \gamma, \tag{28}$$

$$\text{con } \alpha = -\frac{f \cdot b^2}{(c'+b)(c'+2 \cdot b)} < 0, \quad \beta = \frac{f \cdot b \cdot d \cdot (k-1)}{(c'+b)(c'+2 \cdot b)} = 0 \text{ se } k=1 \text{ o } d=0 \text{ e}$$

$$\begin{aligned}
&< 0 \text{ se } k < 1 \text{ e } d > 0 \\
&> 0 \text{ se } k > 1 \text{ e } d > 0
\end{aligned}$$

$$\gamma = \frac{a-c}{c'+2 \cdot b} > 0.$$

7. SOLUZIONE DELL'EQUAZIONE CHE SPECIFICA LA DINAMICA DELLA QUANTITÀ OFFERTA DAL MONOPOLISTA

La soluzione generale $y_{M,Gen}^o(t)$ dell'equazione (28) che specifica la dinamica della quantità offerta dal monopolista è data da

$$y_{M,Gen}^o(t) = y_{M,Omo}^o(t) + y_{M,Par}^o(t) \quad (29)$$

dove

$y_{M,Omo}^o(t)$ rappresenta la soluzione generale dell'equazione omogenea e

$y_{M,Par}^o(t)$ rappresenta una soluzione particolare.

7.1. Soluzione generale dell'equazione omogenea associata

E' possibile verificare che la soluzione generale $y_{M,Omo}^o(t)$ dell'equazione omogenea associata è data da

$$y_{M,Omo}^o(t) = \begin{cases} c_1 \lambda_1^t + c_2 \lambda_2^t & \text{se } \lambda_1 \neq \lambda_2 \\ c_1 \lambda^t + c_2 t \lambda^t & \text{se } \lambda_1 = \lambda_2 =: \lambda \end{cases} \quad (30)$$

dove

$$\begin{aligned} \lambda_{1,2} &= \frac{\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 + 4\beta}}{2} \\ &= \frac{-fb^2 \pm \sqrt{f^2 b^4 + 4d(k-1)bf(c'+b)(c'+2b)}}{2(c'+b)(c'+2b)} \end{aligned} \quad \text{rappresentano le radici del}$$

polinomio caratteristico associato alla equazione alle differenze finite, omogenea.

Osservazione 8. E' possibile verificare che

$$\begin{aligned}
&< 0 \text{ se } k < \tilde{k} \\
\alpha^2 + 4 \cdot \beta =: \Delta &= 0 \text{ se } k = \tilde{k}, \\
&> 0 \text{ se } k > \tilde{k}
\end{aligned} \tag{31}$$

con $\tilde{k} := 1 - \frac{f \cdot b^3}{4 \cdot d \cdot (c'+b)(c'+2 \cdot b)}$, da cui $\tilde{k} < 1$.

7.2 Soluzione particolare

È possibile verificare che una soluzione particolare è data da

$$\begin{aligned}
y_{M,Par}^o(t) &= \frac{\gamma}{1 - \alpha - \beta} \\
&= \frac{(a-c)(c'+b)}{(c'+2b)(c'+b) + b^2 \cdot f - d \cdot b \cdot f \cdot (k-1)}
\end{aligned} \tag{32}$$

Osservazione 9. È possibile verificare che, se $k \neq k^*$, allora

$$1 - \alpha - \beta \neq 0$$

e che, se $k < k^*$, allora

$$y_{M,Par}^o(t) = y_{M,Par}^o > 0 \tag{33}$$

dove

$$k^* := 1 + \frac{(c'+b)(c'+2 \cdot b) + f \cdot b^2}{b \cdot f \cdot d}, \text{ da cui } k^* > 1 > \tilde{k}.$$

Osservazione 10. E' possibile verificare che in assenza di contraffazione (cioè, $f = 0$), la soluzione del sistema coincide con quella del monopolio "classico", infatti

$$y_{M,Omo}^o(t) = 0 = y_{M,Omo}^o, y_{M,Par}^o(t) = \frac{a-c}{c'+2 \cdot b} = y_{M,Par}^o \text{ e} \quad (34)$$

$$y_{M,Gen}^o(t) = \frac{a-c}{c'+2 \cdot b} = y_{M,Gen}^o. \quad (35)$$

8. EQUILIBRIO DELL'EQUAZIONE CHE SPECIFICA LA DINAMICA DELLA QUANTITA' OFFERTA DAL MONOPOLISTA

E' possibile verificare che il punto di equilibrio $y_{M,E}^o(t)$ dell'equazione che specifica la dinamica della quantità offerta dal monopolista è dato da

$$y_{M,E}^o(t) = y_{M,Par}^o(t). \quad (36)$$

Teorema: Il punto di equilibrio (36) è asintoticamente stabile se $\hat{k} < k < k_{\lambda_2}$, dove

$$\hat{k} = 1 - \frac{(c'+b)(c'+2 \cdot b)}{d \cdot b \cdot f}, \text{ da cui } \hat{k} < 1, \quad (37)$$

$$k_{\lambda_2} = 1 + \frac{(c'+b)(c'+2 \cdot b) - b^2 \cdot f}{d \cdot b \cdot f}, \text{ da cui } k_{\lambda_2} > 1. \quad (38)$$

Dimostrazione

- Per $k < \tilde{k}$ si ha $y_{M,Omo}^o(t) = \rho^t (c_1 \cos t\theta + c_2 \sin t\theta)$, dove ρ è dato da:

$$\rho = \sqrt{\frac{\alpha^2}{4} + \frac{|\alpha^2 + 4\beta|}{4}}, \text{ con } \alpha, \beta \text{ definiti come in (28).}$$

Tenendo conto che per $k < \tilde{k}$ si ha $\alpha^2 + 4\beta < 0$, allora $\rho = \sqrt{\frac{d(1-k)bf}{(c'+b)(c'+2b)}}$,

per cui, definito \hat{k} come in (37) si ottiene che, per $k > \hat{k}$, $\rho < 1$ e quindi l'equilibrio è asintoticamente stabile per $\hat{k} < k < \tilde{k}$.

- Per $k = \tilde{k}$ si ha $y_{M, Omo}^o(t) = c_1 \lambda^t + c_2 t \lambda^t$, con $\lambda = \frac{-fb^2}{2(c'+b)(c'+2b)}$.

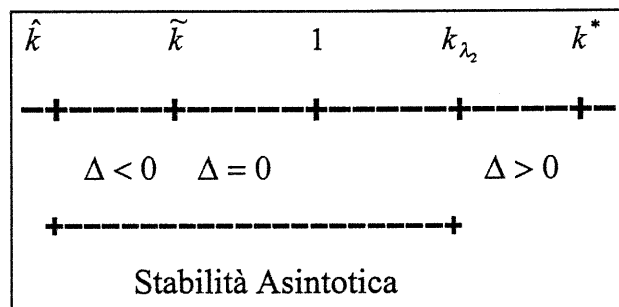
Essendo $-1 < \lambda < 0$ si deduce che l'equilibrio è asintoticamente stabile per $k = \tilde{k}$.

- Per $k > \tilde{k}$ si ha $y_{M, Omo}^o(t) = c_1 \lambda_1^t + c_2 \lambda_2^t$, con λ_1, λ_2 definiti come in (28). Essendo $|\lambda_1| < 1$ per $k < k^*$ (k^* definito nella (33)) e $|\lambda_2| < 1$ per $k < k_{\lambda_2}$ (k_{λ_2} definito dalla (38)), allora poiché $k_{\lambda_2} < k^*$ si conclude che per $\tilde{k} < k < k_{\lambda_2}$ l'equilibrio è asintoticamente stabile.

In particolare, si può osservare che vale la seguente relazione:

$$\hat{k} < \tilde{k} < 1 < k_{\lambda_2} < k^* .$$

Quindi riassumendo si ha



Con \tilde{k}, k^*, \hat{k} e k_{λ_2} , definiti come in (31), (33), (37) e (38).

In appendice si riportano alcuni grafici che esemplificano il comportamento del modello dinamico specificato nella sezione 6.; per la loro realizzazione si è posto $a=100$, $b=1$, $c=50$, $c'=50$, $d=5$ e $f=1/3$.

In particolare, i grafici riportati sono relativi a distinti valori di k , valori per i quali il punto d'equilibrio (36) risulta asintoticamente stabile.

9. OSSERVAZIONI FINALI

La significatività economica delle quantità $y_M^o, y_F^o, p(t)$ necessita l'ulteriore restrizione del campo di variazione del parametro k , in modo da assicurare che $\forall t \geq t_0 = 0$ si abbia

$$y_M^o(t) \geq 0, y_F^o(t) \geq 0 \text{ e } p(t) \geq 0.$$

Inoltre potrebbe essere significativo tener conto di un approfondimento del modello secondo due direzioni: considerare un problema di massimizzazione intertemporale da parte del monopolista della propria funzione di profitto $\Pi[y(t)]$ e, d'altro lato, considerare variabili nel tempo i parametri f, d e k (rispettivamente, $f(t), d(t)$ e $k(t)$) in modo da permettere agli agenti economici il perseguimento di loro predeterminate politiche.

RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI

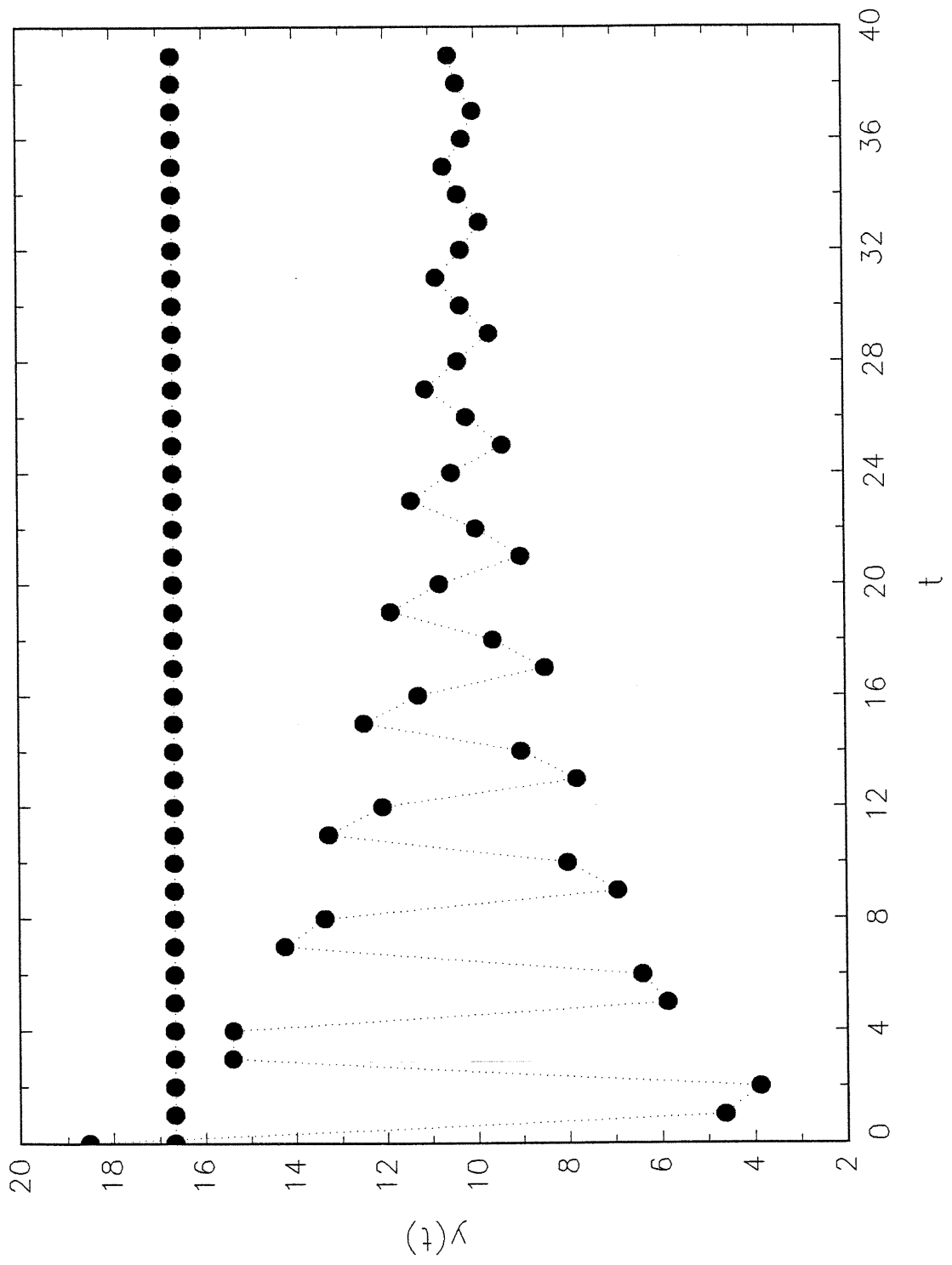
- Bamossy, G. J. e Scammon D. L. "Counterfeiting. A Worldwide Problem: what is the Role of Channel Members", in Pellegrini, L. e Reddy, S. K. (Eds), *Marketing Channels: Relationship and Performance. Advances in Retailing Series*, Lexington Books, Lexington, 1986.
- Comité Colbert (a cura di), "La Contrefaçon en Italie", *Nota di Lavoro - Parigi*, Febbraio, 1992.
- Grossman, G. M. e Shapiro, C., "Counterfeit-Product Trade", *The American Economic Review*, n. 78(1), 1988, 59-75.
- Grossman, G. M. e Shapiro, C., "Foreign Counterfeiting of Status Goods", *Quarterly Journal of Economics*, n. 103(1), 1988, 79-100.
- Higgins, R. S. e Rubin, P. H., "Counterfeit Goods", *Journal of Law and Economics*, n. 29(2), 1986, 211-230.
- Mossetto, G., "L'Economia della Contraffazione", *Nota di Lavoro - Dip. di Scienze Economiche - Univ. "Ca' Foscari" di Venezia*, n. 92.16, 1992.

Rowley, C., Tollison, R. e Tullock, G., *The Political Economy of Rent-seeking*, Kluwer Academic Publishers, Boston, 1991.

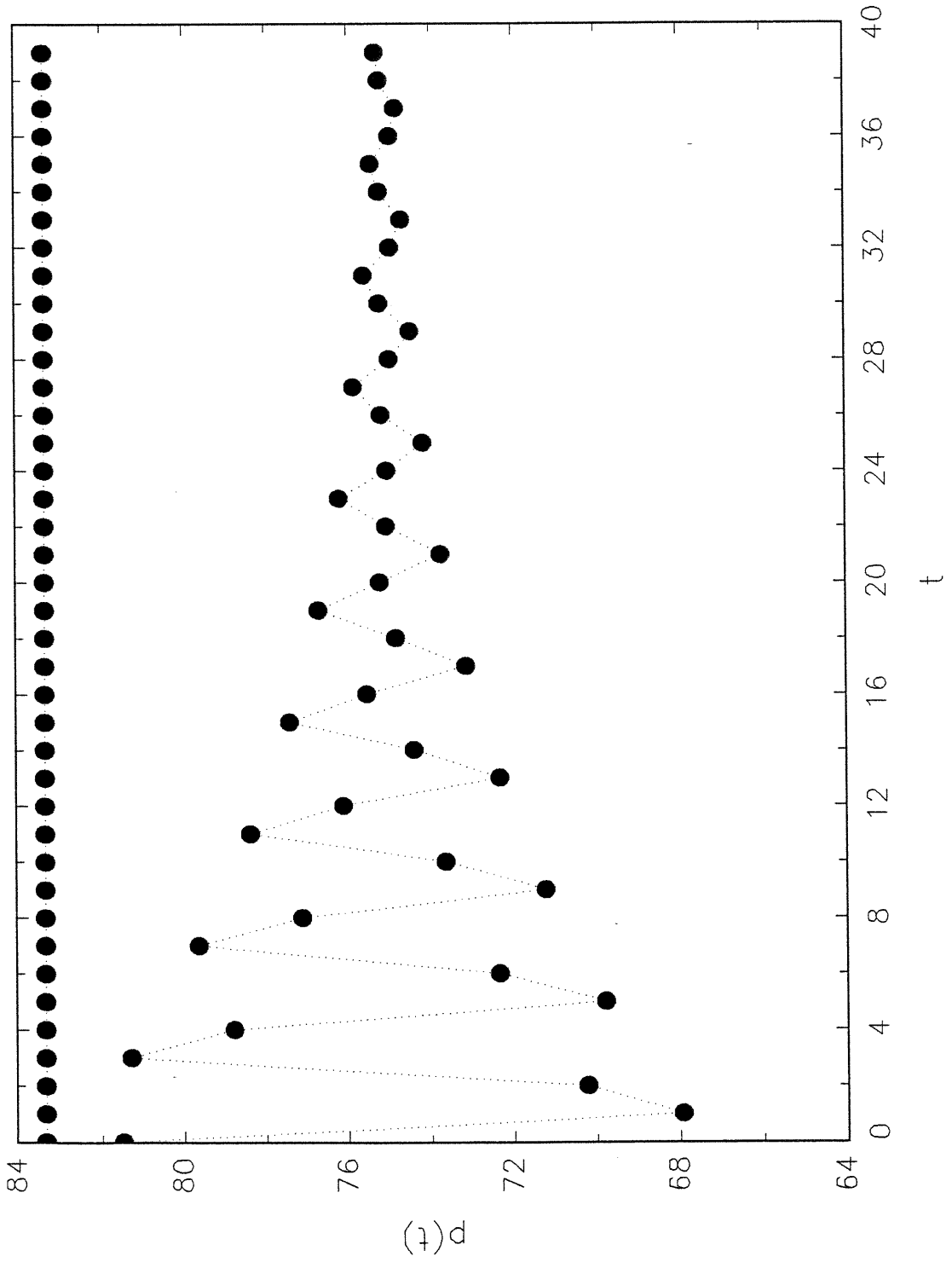
U.S. International Trade Commission, "The Effects of Foreign Product Counterfeiting on U.S. Industry", *USITC Publication*, n. 1479, 1984.

APPENDICE

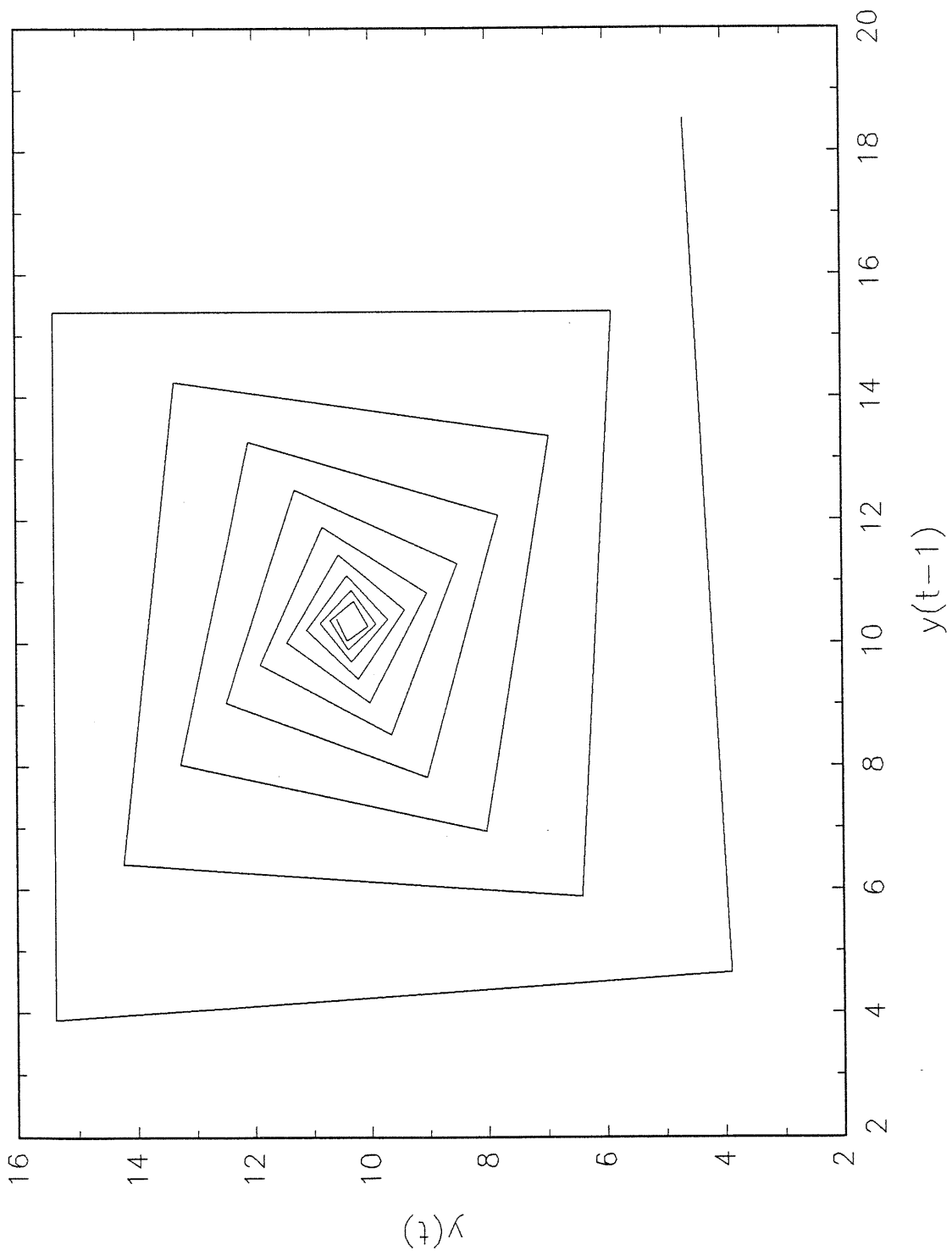
Dinamica della Quantita' Totale ($k = -1.975000000$)



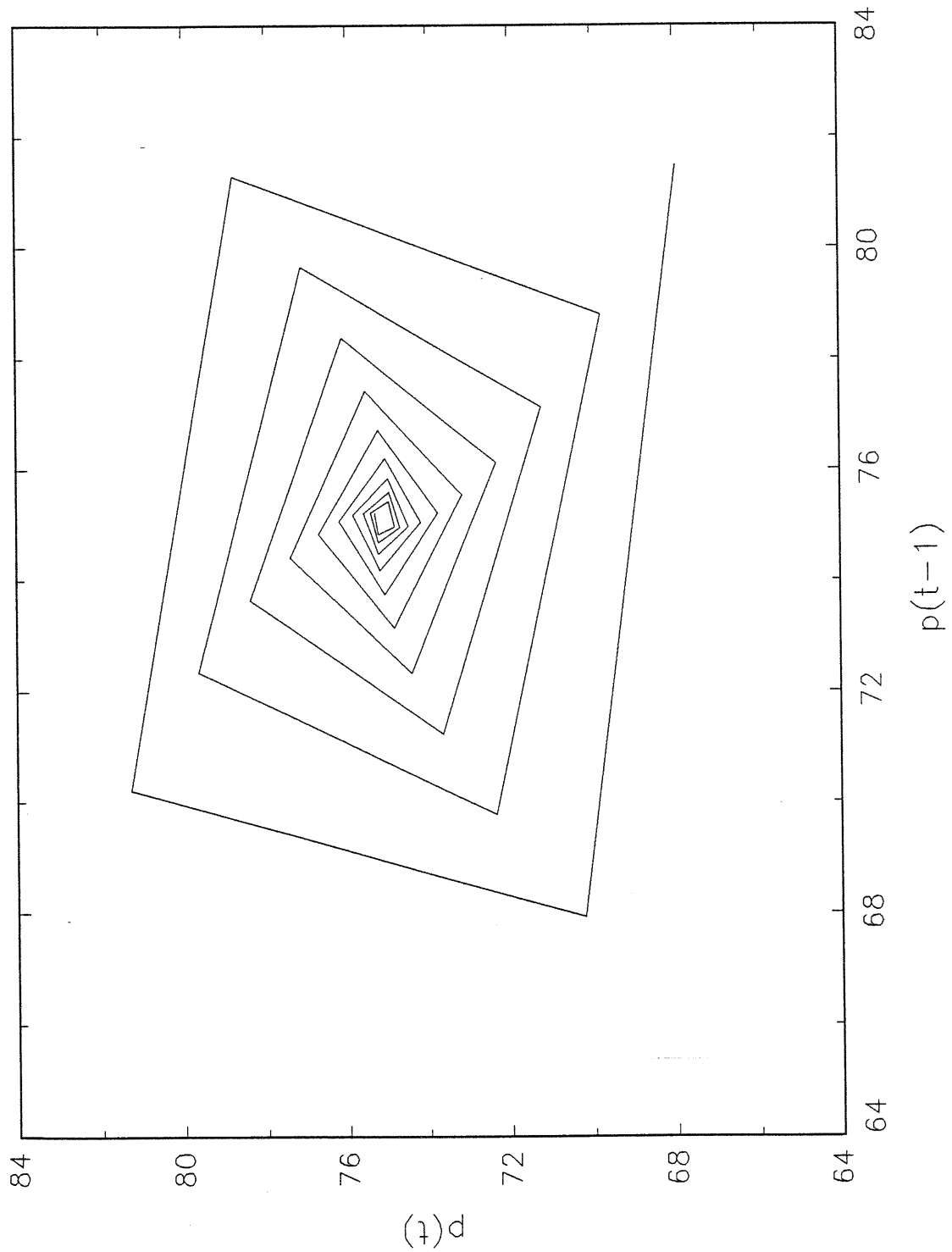
Dinamica del Prezzo d'Equilibrio ($k = -1.975000000$)



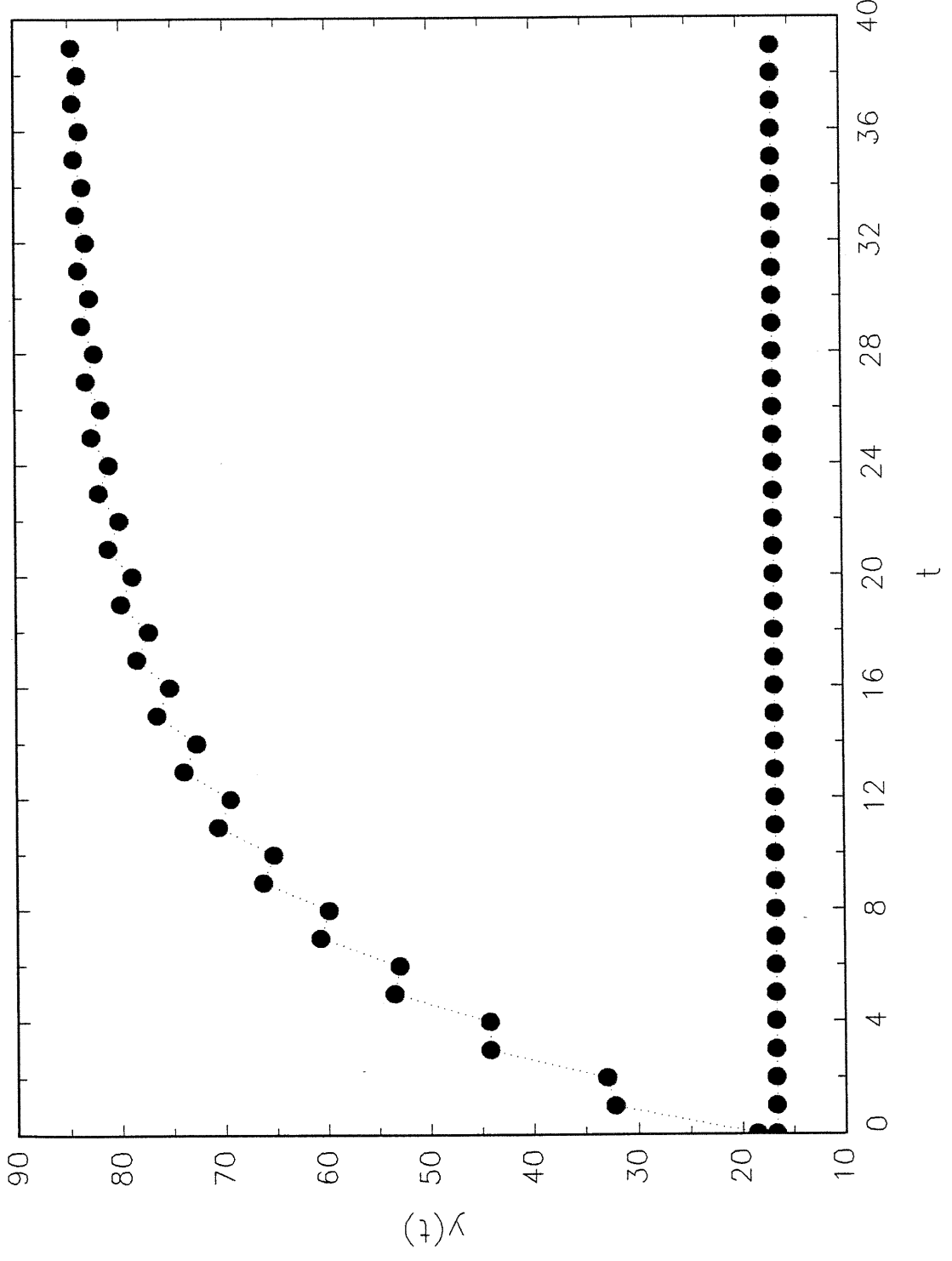
Piano delle Fasi della Quantita' Totale ($k = -1.975000000$)



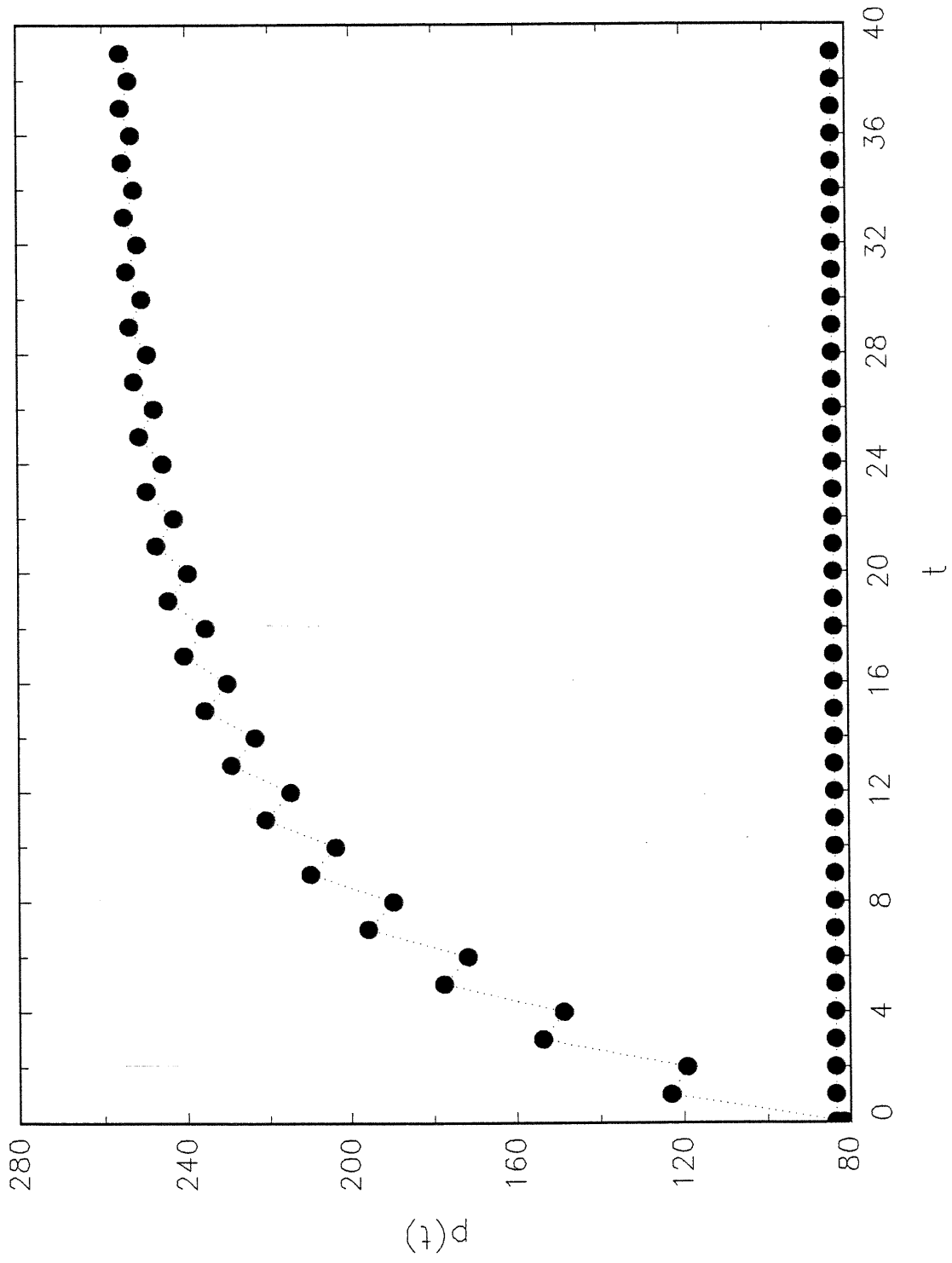
Piano delle Fasi del Prezzo d'Equilibrio ($k = -1.975000000$)



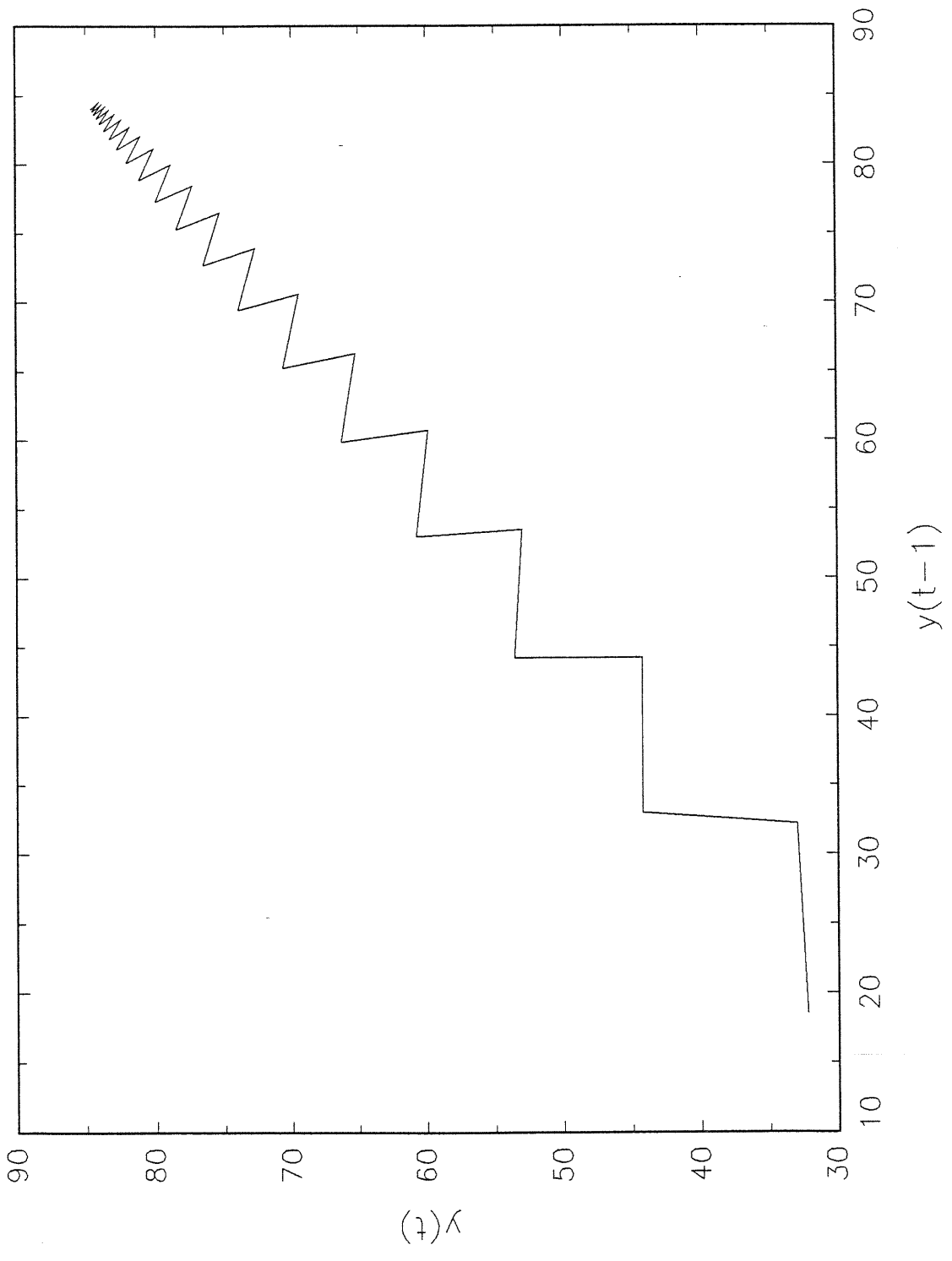
Dinamica della Quantita' Totale ($k = 3.975000000$)



Dinamica del Prezzo d'Equilibrio ($k = 3.975000000$)



Piano delle Fasi della Quantita' Totale ($k = 3.975000000$)



Piano delle Fasi del Prezzo d'Equilibrio ($k = 3.975000000$)

